Matemātika
Augstākais mācību satura apguves līmenis
Centralizētā eksāmena programma

Saturs

1. Centralizētā eksāmena mērķis un adresāts

Centralizētā eksāmena (turpmāk – eksāmens) mērķis ir novērtēt skolēnu sniegumu matemātikā atbilstoši Ministru kabineta 2019. gada 3. septembra noteikumu Nr. 416 “Noteikumi par valsts vispārējās vidējās izglītības standartu un vispārējās vidējās izglītības programmu paraugiem” (turpmāk – standarts) 6. pielikumam “Plānotie skolēnam sasniedzamie rezultāti matemātikas mācību jomā” optimālajā un augstākajā mācību satura apguves līmenī un iegūt datus skolēnu snieguma un mācību satura izvērtēšanai, metodisko ieteikumu izstrādei un profesionālās pilnveides plānošanai izglītības iestādes, dibinātāja un valsts līmenī.

Eksāmena adresāts ir skolēni, kuri ir apguvuši matemātikas mācību jomas sasniedzamos rezultātus (turpmāk – SR) optimālajā un augstākajā mācību satura apguves līmenī.

2. Centralizētā eksāmena vērtēšanas saturs

Eksāmena vērtēšanas saturu raksturo četras kategorijas:

1) mācību satura apguves līmenis;
2) sasniedzamo rezultātu veids un grupa;
3) satura modulis;
4) izziņas darbības līmenis.

Tas nozīmē, ka katru eksāmena testelementu raksturo noteikts mācību satura apguves līmenis, SR grupa, satura modulis un izziņas darbības līmenis.

2.1. Mācību satura apguves līmenis

Atbilstoši eksāmena mērķim daļa tajā iekļauto uzdevumu pārbauda optimālā līmeņa (turpmāk OL) satura apguvi, daļa – augstākā līmeņa (turpmāk AL) satura apguvi. Optimālajam un augstākajam līmenim atbilstošā mācību satura īpatsvars eksāmena darbā (1. tabula) noteikts, ievērojot to apguvei plānoto stundu skaitu.

1. tabula. Mācību satura apguves līmeņi un to īpatsvars eksāmenā

Mācību satura apguves līmenis	Īpatsvars	
	Punkti	Procenti
Optimālais	100	62,5
Augstākais	60	37,5
Kopā	160	100

2.2. Sasniedzamo rezultātu veids un grupa

Standartā noteiktie SR klasificēti pēc to veida un grupas (2. tabula), lai iespējami precīzi un pilnīgi īstenotu eksāmenam izvirzīto mērķi, iegūtu drošus un ticamus datus.

2. tabula. Sasniedzamo rezultātu veidi, grupas un to īpatsvars eksāmenā

SR veids	SR grupa	Īpatsvars (%)
Zināšanas un izpratne	Atpazīst, atceras matemātiskus objektus, to attēlojumus, īpašības u. c	22 ± 2
	Skaidro nozīmi, raksturo un pamato īpašības, saistību u. c.	
Prasmju grupas	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus	38 ± 2
	Lieto prasmes darbā ar informāciju	9 ± 2
	Lieto matemātikas valodu	
	Organizē risinājumu	
Zināšanu, izpratnes, prasmju un	Analizē, raksturo un veido matemātiskos modeļus	31 ± 2
	Pēta, formulē, vispārina un pamato sakarības	
	Pierāda vispārīgu apgalvojumu patiesumu	

ieradumu kombinācijas	Lieto vai veido matemātisko modeli situācijās ar praktisku un citu jomu kontekstu	

2.3. Satura moduļi

Eksāmena vērtēšanas saturs strukturēts satura moduļos, lai dažādu matemātisko kontekstu lietojuma īpatsvars (3. tabula) eksāmena darbā atbilstu mācību procesā iegūtajai pieredzei. Pieci no sešiem satura moduļiem ietver gan OL, gan AL saturu. Izņēmums ir satura modulis "Matemātiskās analīzes elementi", kurā iekļauts tikai AL saturs.

3. tabula. Satura moduļi un to īpatsvars eksāmenā

Satura modulis	Īpatsvars (%)
Algebra	32 ± 5
Analītiskā ģeometrija	12 ± 5
Trigonometrija	12 ± 5
Ģeometrija	16 ± 5
Kombinatorika (t.sk. matemātiskā indukcija), varbūtības un statistika	16 ± 5
Matemātiskās analīzes elementi	12 ± 5

2.4. Izziņas darbības līmenis

Eksāmenā iekļautie uzdevumi grupēti četros izziņas darbības līmeņos, un to līmeņa noteikšanai izmanto novēroto mācīšanās rezultātu (SOLO) taksonomiju. Līmeņu apraksts (4. tabula) piemērots skolēnu snieguma vērtēšanai matemātikas eksāmena darbā.

4. tabula. Izziņas darbības līmeņu raksturojums un to īpatsvars eksāmenā

Izziņas darbības līmenis un tā apraksts		Īpatsvars (%)
I	Atceras, lieto faktus, īsas procedūras vai atsevišķas idejas.	15 ± 5
II	Veic tipiskus algoritmus, lieto formulas, paņēmienus vai prasmes pazīstamās situācijās.	50 ± 5
III	Saista, skaidro, lieto zināšanas vai prasmes jaunās situācijās, demonstrējot patiesu izpratni.	25 ± 5
IV	Veido un pierāda vispārinājumus, lieto zināšanas un prasmes situācijās ar augstu kompleksuma pakāpi	10 ± 5

3. Centralizētā eksāmena darba uzbūve

Eksāmenam ir četras daļas. 1. un 2. daļā iekļauti uzdevumi OL noteikto SR vērtēšanai, bet 3. un 4. daļā – uzdevumi AL noteikto SR vērtēšanai (5. tabula).

Eksāmena norise plānota divās dienās. Pirmā diena plānota 1. un 2. daļas izpildei, starp daļām ir starpbrīdis. Otrā diena plānota 3. un 4. daļas izpildei. Starp daļām nav starpbrīža.

5. tabula. Eksāmena daļu īpatsvars un izpildei paredzētais laiks

Eksāmena daļa		Punkti	Daļas īpatsvars (%)	Izpildes laiks (min)
1.	Zināšanas, izpratne un prasmes (OL saturs)	75	47	135
2.	Kompleksu problēmu risināšana (OL saturs)	25	15,5	105
3.	Zināšanas, izpratne un prasmes (AL saturs)	35	22	180
4.	Kompleksu problēmu risināšana (AL saturs)	25	15,5	
	Kopā	160	100	420

Eksāmena 1. un 3. daļas uzdevumi strukturēti grupās pēc atbilstības noteiktam satura modulim, piemēram, "Zināšanas, izpratne un prasmes algebrā".

1. un 3. daļā izmantoti atbilžu izvēles uzdevumi (viena pareizā atbilde), īso atbilžu uzdevumi un izvērsto atbilžu uzdevumi. Katra no uzdevumu grupām var saturēt visu šo veidu uzdevumus. Katra veida uzdevumu skaits un īpatsvars daļā un eksāmena darbā kopumā gadu no gada nav stingri noteikts. Uzdevuma veida izvēli nosaka atbilstība SR, ko tas pārbauda.

Eksāmena 2. un 4. daļā iekļauti uzdevumi, kuri pārbauda SR veida "Zināšanu, izpratnes, prasmju un ieradumu kombinācijas" četras SR grupas (2. tabula). Katru gadu vismaz viens uzdevums 2. daļā (OL saturs) un vismaz viens uzdevums 4. daļā (AL saturs) pārbauda katru no šīm četrām SR grupām, bet gadu no gada var mainīties satura modulis, kura ietvaros tiek pārbaudīta katra no tām. Izņēmums – katru gadu 4. daļā iekļauts uzdevums no satura moduļa "Matemātiskās analīzes elementi". SR grupas "Analizē, raksturo un veido matemātiskos modeļus" pārbaudei iekļauto uzdevumu saturs ir izteikti matemātisks, piemēram, lieto kompleksus algoritmus (atrisina daļveida nevienādību ar intervālu metodi; lieto atvasinājumu funkcijas īpašību noteikšanai, tās grafika uzskicēšanai u. tml.), analizē un veido matemātiskos modeļus (atrisina daļveida vienādojumu ar parametru, veido un pamato daudzskaldņa šķēlumu ar plakni u. tml.), saista un lieto dažādu satura moduļu saturu (aprēķina plaknes figūras laukumu, lietojot noteikto integrāli; lieto vektorus un koordinātu metodi, lai noteiktu plaknes figūras nezināmos lielumus u. tml.). SR grupa "Pēta, formulē, vispārina un pamato sakarības" saistīta ar mācību procesā iegūtu induktīvas spriešanas pieredzi un prasmēm, piemēram, nosaka un pamato sakarību starp prizmas skaldņu skaitu un šķautņu skaitu; nosaka/formulē pieņēmumu par virknes vispārīgā locekļa formulu un to pierāda, izmantojot matemātiskās indukcijas principu. SR grupas "Pierāda vispārīgu apgalvojumu patiesumu" pārbaudei var būt iekļauti uzdevumi ar jebkura satura moduļa kontekstu, piemēram, deduktīvi pierādījumi planimetrijā, vektoru un koordinātu metodes izmantošana plaknes figūru īpašību pierādīšanai, identitāšu un nevienādību pierādīšana. SR grupas "Lieto vai veido matemātisko modeli situācijās ar praktisku un citu jomu kontekstu" pārbaudei iekļauti uzdevumi, kas no skolēna prasa spēju veidot apgūto zināšanu un prasmju pārnesumu situācijās ar praktisku vai citu jomu kontekstu, piemēram, lieto sinusu teorēmu nezināmā attāluma noteikšanai, lieto atvasinājumu vai noteikto integrāli taisnvirziena kustības raksturīgo lielumu noteikšanai.

2. un 4. daļā izmantoti izvērsto atbilžu uzdevumi.

4. Centralizētā eksāmena piekļuves nosacījumi

4.1. Piekļuves nosacījuma mērķis

Piekļuves nosacījums eksāmenam noteikts, lai mācību procesā īstenotu un pārbaudītu nozīmīgus standartā noteiktos SR (6. tabula), kuru iekļaušana eksāmenā nav mērķtiecīga, jo neļauj tos pārbaudīt kā zināšanu, izpratnes un prasmju kopumu, prasa nozīmīgus izpildes laika, vērtētāju u. c. resursus.

6. tabula. Patstāvīgās izpētes darbā “Matemātiskā modelēšana” mērāmie SR

Sasniedzamais rezultāts	SR kods standartā
Veido izvērstu matemātisku tekstu zinātniskajā valodā, ņemot vērā auditorijas sastāvu, lai raksturotu, skaidrotu un argumentētu idejas, aprakstītu pētāmo problēmu, pētījuma mērķi un gaitu, pamatotu iegūtos rezultātus un secinājumus.	M.A.1.1.2.
Formulē pētāmo jautājumu sev nozīmīgā kontekstā un veic visus matemātiskās modelēšanas soļus, lai atrisinātu autentisku problēmu. Izvērtē iegūtos rezultātus un, ja nepieciešams, uzlabo matemātisko modeli.	M.A.2.2.1.

4.2. Piekļuves nosacījuma apraksts

Eksāmenu var kārtot skolēns, kurš mācību procesa laikā sekmīgi veic patstāvīgo izpētes darbu “Matemātiskā modelēšana” (turpmāk – PD). Plānotie mācību laika resursi izpētes darba izstrādei ir 8–12 mācību stundas, sagaidāmais apjoms ir vismaz 4–6 formāta A4 lapas. Uzdevuma formulējuma piemēru skolēnam skatīt 1. pielikumā.

4.3. Patstāvīgās izpētes darbu vērtēšana un iesniegšana

Skolēns sekmīgi izpilda piekļuves nosacījumu eksāmenam (saņem novērtējumu 4 balles), ja piekļuves darba vērtējums ir vismaz 5 punkti (no 20), ievērojot nosacījumu, ka vismaz 1 punkts ir par katru no vērtēšanas kritērijiem (1. pielikums). Piekļuves darbs tiek vērtēts izglītības iestādē, un tā novērtējums netiek iekļauts eksāmena novērtējumā. Izglītības iestādēm tiek rekomendēts piekļuves darba novērtējumu iekļaut matemātikas padziļinātā (integrētā) kursa gala vērtējumā.

Skolēns darbus no 2024. gada 4. marta, bet ne vēlāk kā astoņas nedēļas pirms eksāmena norises dienas skolēns augšupielādē Valsts pārbaudījumu informācijas sistēmā (https://eksameni.vps.gov.lv), tātad piekļuves darbs jāaugšupielādē līdz 2024. gada 15. aprīlim. Informatīvais materiāls par kārtību, kā augšupielādēt piekļuves materiālus, būs pieejami no 1. marta VPS lietotāju atbalsta dienesta tīmekļvietnē (https://atbalsts.refined.site/space/VPS).

Pedagogs darbus izvērtē un ne vēlāk kā sešas nedēļas pirms eksāmena norises dienas vērtējumu ievada VPS. Izglītojamais eksāmenu drīkst kārtot, ja vērtējums par piekļuves materiālu (PD) nav zemāks par četrām ballēm.

Izglītojamie, kuri eksāmenu kārto augstskolā, piekļuves materiālus neiesniedz.

5. Nepieciešamo resursu nodrošinājums

Eksāmena norisei specifiski resursi nav nepieciešami.

6. Centralizētā eksāmena vērtēšanas kārtība un kritēriji

6.1. Vērtēšanas kārtība

Atbilžu izvēles uzdevumos un īso atbilžu uzdevumos, kuros atbilde un tās pieraksts ir viennozīmīgs, vērtē tikai skolēnu atbildes. Skolēnu risinājumus, sniegumu un atbildes saskaņā ar izstrādātajiem vērtēšanas kritērijiem vērtē izvērsto atbilžu uzdevumos un tajos īso atbilžu uzdevumos, kuros pilnīgai un precīzai novērtēšanai nepieciešama vērtētāja iesaiste. Skolēni aiz katra uzdevumu formulējuma raksta risinājumus un atbildes tam paredzētajā vietā.

Katrā uzdevumā ir norādīts maksimālais iegūstamo punktu skaits. Eksāmena vērtētājam ir pieejami kritēriji, pēc kuriem nosaka punktu skaitu, ko skolēns ieguvis. Skolēna rezultātus eksāmenā – iegūto punktu summu visā darbā, iegūto punktu summu katrā daļā – izsaka procentuālā novērtējumā.

Atbilstoši Ministru kabineta 2019. gada 3. septembra noteikumiem Nr. 416 “Noteikumi par valsts vispārējās vidējās izglītības standartu un vispārējās vidējās izglītības programmu paraugiem” 25.[1]2. punktam eksāmenā vērtējums nav iegūts, ja darba kopvērtējums 2023./2024. mācību gadā ir mazāks nekā 15 %.

Eksāmena satura atbilstību noteiktajam sekmības slieksnim pamato plānotais vērtēšanas saturs:
1) eksāmenā, līdztekus AL saturam, iekļauts arī OL saturs,
2) aptuveni 15 % no eksāmenā paredzēto punktu skaita atbilst izziņas darbības I līmenim (atceras, lieto faktus, īsas procedūras vai atsevišķas idejas);
3) aptuveni 50 % no eksāmenā paredzēto punktu skaita atbilst izziņas darbības II līmenim (veic tipiskus algoritmus, lieto formulas, paņēmienus vai prasmes pazīstamās situācijās.).

6.2. Vērtēšanas kritēriji

Skolēnu sniegumu eksāmenā vērtē atbilstoši vērtēšanas kritērijiem, kas var būt izteikti kā katram punktam atbilstošu darbību, rezultāta apraksts vai kā snieguma līmeņu apraksts, katram līmenim piešķirot noteiktu punktu skaitu. Snieguma līmeņu aprakstus konkrētu eksāmenu uzdevumu vērtēšanai veido, izmantojot vispārīgu prasmju vai prasmju grupu snieguma līmeņu aprakstus (2. pielikums), tos sašaurinot un konkretizējot, ievērojot konkrētā uzdevuma saturu.

Skolēna snieguma vērtējums par SR grupām “Lieto matemātikas valodu” un “Organizē risinājumu” veidojas, apkopojot datus par viņa sniegumu darbā kopumā – summējot apliecinājumus (ir/nav) to uzdevumu risinājumos, kuru vērtēšanas kritērijos iekļautas šīs prasmes. Iegūtais pozitīvo apliecinājumu skaits katrai no šīm divām SR grupām tiek pārveidots punktos, izmantojot piemērotu algoritmu. Lai veidotu skolotāju un skolēnu vienotu izpratni par matemātikas simboliskās valodas lietojumu, izstrādāts simbolu un apzīmējumu saraksts (3. pielikums).

7. Palīglīdzekļi, kurus atļauts izmantot eksāmena laikā

Eksāmena laikā skolēniem ir iespēja izmantot:
- zinātnisko kalkulatoru (nav pieļaujama grafiskā kalkulatora izmantošana);
- melnas vai tumši zilas krāsas pildspalvu, lineālu, cirkuli, kura kājiņā ievietota pildspalva;
- uzziņu materiālu par optimālā līmeņa saturu “Formulas un teorēmas (pieļaujamām burtu vērtībām)” (4. pielikums);
- uzziņu materiālu par augstākā līmeņa saturu “Formulas, teorēmas un paņēmieni (pieļaujamām burtu vērtībām)” (5. pielikums).

Pie izglītojamajiem un personām, kuras piedalās eksāmena nodrošināšanā, no brīža, kad viņiem ir pieejams eksāmena materiāls, līdz eksāmena norises beigām nedrīkst atrasties ierīces (planšetdators, piezīmjdators, viedpulkstenis u. c. saziņas un informācijas apmaiņas līdzekļi), kuras nav paredzētas Valsts pārbaudes darbu norises darbību laikos.

8. Rīcības vārdu skaidrojums

Rīcības vārds	Skaidrojums
Atrisini (vienādojumu, nevienādību u. c.)	Iegūsti vienādojuma, nevienādības, to sistēmas atrisinājumu, izvēloties un izmantojot dažādas metodes un parādot nozīmīgus risinājuma solus.
Aprēķini	Iegūsti rezultātu (konkrēti vai vispārīgi uzdotu skaitli), veicot aprēķinus un tos parādot.
Nosaki	Iegūsti atbildi uz jautājumu vai rezultātu, spriežot, analizējot, veicot aprēķinus galvā, nolasot informāciju no tabulas, grafika u. tml.
Secini	Veido un formulē spriedumu, pamatojoties uz zināmu vai iegūtu informāciju, vērojumiem, iepriekš veiktu analīzi u. tml.
Raksturo	Nosaki un apraksti apskatītā objekta būtiskās īpašības, pazīmes, raksturīgos lielumus un saistību starp tiem.
Paskaidro	Sniedz pārskatu (vārdisku izklāstu, shēmu, matemātisko modeli u. tml.), padarot saprotamu apskatītā objekta, sakarības, darbības, procesa u. tml. galveno ideju, nozīmi/jēgu, struktūru.
Izvērtē	Raksturo un pamato apskatītā objekta (matemātiskais modelis, risinājums, rezultāts u. tml.) atbilstību noteiktām prasībām, ierobežojumus, eksistences nosacījumus, iespējamību, ticamību u. tml.
Pierādi	Izveido spriedumu virkni, kas no dotā apgalvojuma patiesuma ļauj secināt par pierādāmā apgalvojuma patiesumu, un parādi nozīmīgus pierādījuma solus.
Pamato	Izveido skaidrojumu, kas rāda, ka apgalvojums ir patiess, atsaucoties uz konkrētu informāciju (definīcija, īpašība, teorēma u. tml.) vai izmantojot loģisku spriešanu.
Vienkāršo (matemātisku izteiksmi)	Izsaki un pieraksti izteiksmi iespējami lakoniski/vienkārši, veicot identiskos pārveidojumus.
Konstruē (plaknes figūru)	Izveido figūras attēlu, izmantojot dotos elementus, parādot un pamatojot konstruēšanas solus (ar palīglīnijām, zīmējumu, simboliem vai vārdiski).
Konstruē (funkcijas grafiku)	Izveido funkcijas grafika attēlu, parādot un pamatojot katrai funkcijai raksturīgus konstruēšanas solus (atsevišķu punktu koordinātu aprēķināšana, grafiku pārbīdes, transformācijas u. tml.), precīzi attēlojot funkcijas un tās grafika raksturīgās īpašības.
Uzzīmē	Izveido plaknes figūras, telpiska ķermeņa, funkcijas grafika, izvēļu koka, Venna diagrammas u. tml. attēlu ar kontekstam atbilstošu detalizāciju.
Uzskicē	Izveido attēlu bez sīkas detalizācijas (skici), uzsverot svarīgākās attēlotā matemātiskā modeļa īpašības un sniedzot vispārīgo priekšstatu par to.
Izsaki	Uzraksti izteiksmi noteiktajā formā, lieluma skaitlisko vērtību noteiktās mērvienībās.
Izveido matemātisko modeli	Lieto matemātiku (izteiksmi, vienādojumu, funkciju, ģeometrisku figūru, shematisku zīmējumu, izvēļu koku u. tml.) reālās pasaules situācijas iespējami vienkāršai un precīzai aprakstīšanai, kas tālāk ļauj veidot pamatotu problēmas atrisinājumu.

PIELIKUMI

1. pielikums. Informācija par patstāvīgās izpētes darbu "Matemātiskā modelēšana"

Uzsākot kursu, skolēni ir informēti par patstāvīgo izpētes darbu, tā statusu (piekļuves nosacījums AL eksāmenam) un nozīmi, izliekot gala vērtējumu kursā. Plānotie mācību laika resursi izpētes darba izstrādei ir 8–12 mācību stundas, sagaidāmais apjoms: 4–6 formāta A4 lapas.

Uzdevuma formulējums skolēnam.

1. Iepazīsties ar darba izpildes nosacījumiem, sagaidāmo apjomu un vērtēšanas kritērijiem.
2. Formulē darba mērķi – interesējošu pētāmo problēmu – un raksturo lielumus, saistību, starp kuriem modelēsi matemātiski, izmantojot funkcijas.
3. Iegūsti un apkopo datus, cita veida informāciju, kas nepieciešama matemātiskā modeļa veidošanai, pētāmās problēmas atrisināšanai.
4. Plāno, veido, pārbaudi un, ja nepieciešams, uzlabo situācijas matemātisko modeli.
5. Apraksti savu darbību visos posmos un iegūtos rezultātus, formulē un pamato secinājumus, raksturo un argumentē izvēles un pieņemtos lēmumus.
6. Veidojot darba aprakstu, korekti lieto matemātikas valodu, tekstu veido strukturētu, saistītu un citiem saprotamu.

Vērtēšanas kritēriji

Punkti **Kritērijs**	1	2	3	4	5	6
Veido darba aprakstu	Apraksts ir saistīts.	Apraksts ir saistīts, tajā saskatāma struktūra.	Apraksts ir saistīts, labi strukturēts.	Apraksts ir saistīts, labi strukturēts, lakonisks, pabeigts.		
Lieto matemātikas valodu	Daļēji atbilstoši.	Lielākoties atbilstoši.	Atbilstoši visā darbā.			
Iesaistās personiski	Ierobežoti, virspusēji.	Daļēji.	Nozīmīgi.	Izcili.		
Pārdomā, izvērtē	Ierobežoti, virspusēji.	Jēgpilni, pēc būtības.	Kritiski.			
Lieto matemātiku	Fragmentāri pareizi, demonstrē ierobežotu izpratni.	Daļēji pareizi, demonstrē daļēju izpratni	Kopumā pareizi, demonstrē labu izpratni.	Pareizi, atbilst sagaidāmajam, demonstrē labu izpratni.	Pareizi un precīzi, atbilst sagaidāmajam, demonstrē pilnīgu izpratni.	Pareizi, precīzi un akurāti visā darbā, atbilst sagaidāmajam, demonstrē pilnīgu izpratni.

2. pielikums. Vispārīgu prasmju un prasmju grupu snieguma līmeņu apraksti

Snieguma līmeņu apraksti veidoti ar pieeju, ka trešais (III) līmenis kopumā apraksta sniegumu, kas ir labs vai pat ļoti labs mācīšanās rezultāts – pilnvērtīga mācību procesa rezultātā var sagaidīt no katra skolēna. Līdz ar to ceturtais (IV) līmenis raksturojams kā izcils mācīšanās rezultāts – skolēns demonstrē attiecīgās prasmes iespējami precīzi, konsekventi un niansēti. Savukārt otrais (II) līmenis kopumā apliecina to, ka skolēns attiecīgās prasmes apguvis daļēji vai formāli – vairumā gadījumu nespēj skaidrot lietoto jēdzienu un veikto darbību nozīmi un saistību, nelieto prasmes jaunās situācijās. Pirmais (I) līmenis kopumā apliecina standartā noteikto prasmju apguves minimumu.

Eksāmena programmā iekļauti snieguma līmeņu apraksti šādām prasmju grupām:
“Skaidro jēdziena, lieluma, darbības galveno ideju, nozīmi, dažādus attēlošanas veidus u. c.”;
“Pierāda vispārīga apgalvojuma patiesumu”;
“Lieto matemātikas valodu”;
“Organizē risinājumu”;
“Pēta, formulē, vispārina un pamato sakarības”;
“Lieto vai veido matemātisko modeli situācijās ar praktisku un citu jomu kontekstu”.

Skaidro jēdziena, lieluma, darbības galveno ideju, nozīmi, dažādus attēlošanas veidus u. c.				
Līmenis Kritērijs	I	II	III	IV
Izpratnes dziļums	Formulē atsevišķus un nesaistītus apgalvojumus, kas attiecas uz nozīmi, bet neraksturo būtiskus aspektus. Demonstrē fragmentāras un nesakārtotas zināšanas.	Skaidro, izmantojot konkrētus piemērus, demonstrējot ierobežotu vai daļēju izpratni par nozīmi. Dažkārt cenšas skaidrot teorētiski, bet pieļautās neprecizitātes liecina par zināšanu formālo raksturu.	Skaidro, izmantojot gan konkrētus piemērus, gan teorētiski, demonstrējot izpratni par būtisko, pieļaujot atsevišķas neprecizitātes un neraksturojot vietu plašākā kontekstā.	Precīzi un lakoniski skaidro nozīmi teorētiski, pamatoti izvērtē konkrētu piemēru izmantošanu, demonstrējot dziļu izpratni. Ja nepieciešams, raksturo vietu plašākā kontekstā, iekļauj izņēmuma gadījumu vai ierobežojumu skaidrojumu.

Pierāda vispārīga apgalvojuma patiesumu.				
Līmenis Kritērijs	I	II	III	IV
Korektums un loģika (formulē, pamato un loģiski saista apgalvojumus)	Korekti veic vismaz vienu pierādījuma soli, bet kopumā nepierāda prasīto. Parasti nepamato apgalvojumus vai dara to kļūdaini, neveido atsauces uz zināšanām, iepriekš pierādīto, vai tās ir neatbilstošas situācijai, pretrunīgas kādam apgalvojumam.	Īsteno piemērotu plānu, bet trūkst kāda soļa vai kāds spriedums ir kļūdains. Pamato tikai daļu no apgalvojumiem. Cenšas loģiski saistīt secīgus apgalvojumus, bet atsauces uz zināšanām, iepriekš pierādīto ir daļēji pareizas vai neprecīzas, kas tomēr ļauj saprast pierādījuma ideju. Ne vienmēr ir gala slēdziens.	Kopumā pierāda prasīto, pieļaujot nelielas kļūdas. Saista apgalvojumus, bet loģika vai atsauces uz zināšanām, iepriekš pierādīto var saturēt neprecizitātes, kas netraucē uztvert būtisko. Ir skaidrs gala slēdziens.	Pilnīgi un precīzi pierāda prasīto, veido pamatotus un secīgi saistītus apgalvojumus, izmantojot loģiku vai precīzi un atbilstoši situācijai atsaucoties uz zināšanām, iepriekš pierādīto. Ir precīzs gala slēdziens

Lieto matemātikas valodu.				
Līmenis Kritērijs	I	II	III	IV
Simbolu un pieņemto apzīmējumu lietojums	Nekonsekventi lieto atsevišķus pieņemtos apzīmējumus un simbolus. Vairumā gadījumu to lietojums ir nekorekts.	Lieto lielāko daļu pieņemto apzīmējumu un simbolu, bet nekonsekventi vai daļēji korekti.	Kopumā korekti un konsekventi lieto visus pieņemtos apzīmējumus un simbolus, pieļaujot dažas neprecizitātes	Korekti un konsekventi lieto visus pieņemtos apzīmējumus un simbolus.
Vārdiska teksta veidošana, terminoloģijas lietojums	Veido nesaprotamus teikumus. Vairumu matemātikas terminu lieto kļūdaini vai neatbilstoši. Var izmantot "savus" jēdzienus, kas neatbilst pieņemtajiem.	Daļa teikumu ir veidoti kļūdaini, kas padara neskaidru vēstīto saturu. Parasti matemātikas terminus lieto pareizi, bet dažkārt to lietojums ir neatbilstošs vai pārmērīgs, atsevišķus terminus lieto nepareizi.	Kopumā veido viennozīmīgi saprotamu tekstu, pareizi izmanto terminoloģiju, pieļaujot atsevišķas nepilnības to lietojumā vai liekvārdību. Dažkārt nevajadzīgi formalizē vēstījumu vai – gluži otrādi – nepiemēroti izmanto sarunvalodas elementus.	Viss teksts pareizi veidots, saprotams viennozīmīgi. Precīzi, piemēroti lieto matemātikas terminus, vēstījums ir lakonisks. Izvēlas lietot vai nu formālos simbolus, vai sarunvalodas elementus, panākot iespējami saprotamāku vēstījumu lasītājam

Organizē risinājumu.				
Līmenis Kritērijs	I	II	III	IV
Risinājuma strukturēšana	Ir struktūras iezīmes, trūkst būtisku struktūras elementu, vai arī risinājums satur lieku informāciju, kas traucē viennozīmīgi uztvert atsevišķos soļus un to secību	Risinājums kopumā ir strukturēts, bet var trūkt kāda struktūras elementa (vai arī attēlošanas veids nav izvēlēts veiksmīgi), kā rezultātā lasītājam nepieciešama piepūle, lai skaidri ieraudzītu soļus un to secību.	Risinājums ir piemēroti strukturēts, kas ļauj ieraudzīt atsevišķos soļus un to secību arī tad, ja dažreiz nav izvēlēti piemērotākie attēlošanas veidi vai risinājums satur liekus soļus.	Risinājums ir labi strukturēts, kas ļauj viegli ieraudzīt atsevišķos soļus un to secību.
Risinājuma skaidrošana, soļu loģiska saistīšana	Dažkārt iekļauj formālas vai neprecīzas atsauces pazīstamās situācijās. Neveido saites starp risinājuma elementiem, soļiem, kas neļauj lasītājam uztvert domu gaitu kopumā.	Pazīstamās situācijās vai pēc tiešām norādēm mēģina skaidrot risinājuma soļus, to saistību, iekļaujot nebūtiskas vai liekas atsauces, saturiski neprecīzu vai situācijai neatbilstošu skaidrojumu, kas no lasītāja prasa piepūli, lai saprastu domu gaitu.	Skaidro un pamato darbības, risinājuma soļus kopumā matemātiski korekti, dažkārt pieļaujot neprecizitātes, neskaidrojot būtiskāko vai iekļaujot nebūtisku informāciju, nevajadzīgus pamatojumus u. c.	Skaidro un pamato risinājuma soļus atbilstoši situācijai, veidojot viegli izlasāmu, loģiski saistītu un lakonisku (neiekļaujot nebūtiskas idejas, liekas atsauces, nevajadzīgus pamatojumus u. c.) tekstu, kas kopā ar formālo risinājumu veido integrētu veselumu.

Pēta, formulē, vispārina un pamato sakarības.				
Līmenis Kritērijs	I	II	III	IV
Risinājuma skaidrojums	Veic atsevišķas, savstarpēji nesaistītas darbības, kas potenciāli ļautu secināt par sakarību	Saista atsevišķas darbības, kopumā īsteno situācijai atbilstošu plānu, bet kādā no soļiem nozīmīgi kļūdās; nepamato veiktās darbības, apgalvojumus.	Kopumā pareizi apraksta nozīmīgākos soļus sakarības iegūšanai, pieļaujot atsevišķas neprecizitātes vai nepamatojot kādu no soļiem.	Pilnīgi un lakoniski, iekļaujot būtiskus pamatojumus, apraksta, kā ieguva sakarību.
Sakarības formulēšana un vispārināšana	Formulē patiesu apgalvojumu par lielumu konkrētām vērtībām, kas doto situāciju raksturo šauri, nepilnīgi.	Pareizi raksturo sakarību konkrētos piemēros, formulē vispārinājumu nepilnīgi vai kļūdaini; izpildes nosacījumus, ierobežojumus neapskata.	Sakarību formulē un vispārina pareizi, ne vienmēr ievēro vai nekorekti apraksta izpildes nosacījumus, iespējamos ierobežojumus.	Sakarību formulē un vispārina precīzi, aprakstot izpildes nosacījumus, iespējamos ierobežojumus
Vispārīgā apgalvojuma pamatošana	-	Pārbauda vispārīgā apgalvojuma patiesumu, izmantojot konkrētas lielumu skaitliskās vērtības	Pamato vispārīgā apgalvojuma patiesumu, pieļaujot neprecizitātes vai veicot to nepilnīgi.	Pamato vispārīgā apgalvojuma patiesumu precīzi un korekti.

Lieto vai veido matemātisko modeli situācijās ar praktisku un citu jomu kontekstu.				
Līmenis Kritērijs	I	II	III	IV
Matemātiskā instrumentārija izvēle	Izvēlas matemātisko instrumentāriju, kas saturiski atbilst kādam konkrētam problēmas aspektam, bet neļauj to atrisināt kopumā.	Izvēlas matemātisko instrumentāriju, kas problēmu ļauj atrisināt tikai daļēji vai nepilnīgi; to pieraksta vai raksturo daļēji pareizi, demonstrējot ierobežotu izpratni.	Izvēlas matemātisko instrumentāriju, kas ļauj atrisināt problēmu; kopumā korekti to pieraksta vai raksturo, pieļaujot neprecizitātes.	Izvēlas matemātisko instrumentāriju, kas ļauj efektīvi atrisināt problēmu; korekti to pieraksta vai raksturo.
Zināšanu, izpratnes un prasmju lietojums jaunā situācijā	Pareizi izpilda atsevišķas darbības, pārveidojumus vai autonomu risinājuma daļu (kopumā vismaz trešdaļa no pilna risinājuma).	Pareizi izpilda lielāko daļu no darbībām, pārveidojumiem, kādu no soļiem neveic vai pieļauj būtisku kļūdu, veicot pārveidojumus, raksturojot sakarību starp lielumiem, lietojot zināšanas.	Parāda visas nepieciešamās darbības vai citādi demonstrē izpratni par pilna risinājuma soļiem un to saistību, bet pieļauj atsevišķas neprecizitātes spriedumos vai kļūdas pārveidojumos, aprēķinos.	Atrisinājums ir pilnīgs; visi aprēķini, pārveidojumi un attēlojumi veikti pareizi, visi formulētie apgalvojumi ir patiesi.

3. pielikums Centralizētā eksāmenā lietojamie simboli un apzīmējumi

Eksāmena darbā lietojamie simboli un apzīmējumi
Skolēnu darbos pieļaujami alternatīvi apzīmējumi, piemēram, starptautiski pieņemtie, ja tie:

- ir saprotami (starptautiski pazīstami vai paskaidroti);
- ir matemātiski korekti;
- nav pretrunā ar citiem apzīmējumiem (piemēram, ar vienu un to pašu simbolu neapzīmē dažādus jēdzienus; nelieto (bez paskaidrojuma) labi pazīstamu simbolu citā nozīmē).

Starptautiski lietotie apzīmējumi netiek uzsvērti; tie minēti skolotāju, t. sk. eksāmena darbu vērtētāju, zināšanai, ja tas ir nepieciešams.

Simbols	Skaidrojums	Piemēri, piezīmes
I. Spriedumi, kopas, intervāli		
$\Rightarrow$	Loģiski seko	
$\Leftrightarrow$	Tad un tikai tad; loģiski seko abos virzienos	
$\mathbb{N}$	Naturālo skaitļu kopa $\{1,2,3,...\}$	
$\mathbb{Z}$	Veselo skaitļu kopa $\{0,\pm1,\pm2,\pm3,...\}$	
$\mathbb{Q}$	Racionālo skaitļu kopa	
$\mathbb{R}$	Reālo skaitļu kopa	
$\{x_1;x_2;...\}$	Kopa ar elementiem $x_1;x_2;$ ...	
$(x_1;x_2;x_3)$	Sakārtota kopa	$(a;b;c)$ atšķiras no $(a;c;b)$, piemēram, punkta koordinātas, vienādojumu sistēmas atrisinājums.
$[a;b]$	Slēgts intervāls $a \le x \le b$	Kreisais galapunkts nav lielāks par labo, t. i., $a \le b$.
$(a;b)$	Vaļējs intervāls $a < x < b$	
$\in$	Pieder kopai	$a \in A - a$ ir kopas A elements, $P \in t -$ punkts P atrodas uz taisnes t
$\notin$	Nepieder kopai	
$\subset$	Apakškopa	Piemēram, $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.
$\emptyset$	Tukšā kopa	
$\cup$	Kopu apvienojums	
$\cap$	Kopu šķēlums	
$\backslash$	Kopu starpība	
$\begin{cases} A_1 \\ A_2 \\ ... \end{cases}$	Vienādojumu, nevienādību sistēma: vienlaikus izpildās visi nosacījumi $A_1, A_2, ...$	
$\left[\begin{array}{l} A_1 \\ A_2 \\ ... \end{array}\right.$	Vienādojumu, nevienādību apvienojums: izpildās vismaz viens no nosacījumiem $A_1, A_2, ...$	Alternatīvi var rakstīt "A_1 vai A_2".
II. Skaitliskas izteiksmes, to pieraksts un salīdzināšana		
$\lvert a\rvert$	Skaitļa a modulis jeb absolūtā vērtība	
$=$	Vienāds	
$\neq$	Nav vienāds	

$\approx$	Aptuveni vienāds	
$>$	Lielāks nekā	
$\geq$	Lielāks nekā vai vienāds ar	
$<$	Mazāks nekā	
$\leq$	Mazāks nekā vai vienāds ar	
∞	Bezgalība, neierobežoti lieli skaitļi	
a^n	Skaitlis a pakāpē n	
$\sqrt{a}$	Skaitļa a aritmētiskā kvadrātsakne	
$\sqrt[n]{a}$	Skaitļa a n-tās pakāpes sakne	
$\log_a b$	Skaitļa b logaritms pie bāzes a	
$\lg b$	Skaitļa b logaritms pie bāzes 10 (decimāllogaritms)	Nav pieļaujams rakstīt log bez bāzes.
$\ln b$	Skaitļa b logaritms pie bāzes e (naturālais logaritms)	Nav pieļaujams rakstīt log bez bāzes.
$\sin \alpha$	Leņķa α sinuss	
$\cos \alpha$	Leņķa α kosinuss	
$\operatorname{tg} \alpha$	Leņķa α tangenss	Pieļaujams starptautiski lietotais apzīmējumu tan α.
$\operatorname{ctg} \alpha$	Leņķa α kotangenss	Pieļaujams starptautiski lietotais apzīmējumu cot α.
$\arcsin \alpha$	Skaitļa α arksinuss (sinusa inversā funkcija)	
$\arccos \alpha$	Skaitļa α arkkosinuss (kosinusa inversā funkcija)	
$\operatorname{arctg} \alpha$	Skaitļa α arktangenss (tangensa inversā funkcija)	Pieļaujams starptautiski lietotais apzīmējumu arctan α.
	III. Virknes un funkcijas	
$(a_n), n \in \mathbb{N}$	Virkne $a_1, a_2, a_3, \ldots$	Starptautiski lieto apzīmējumu $\{a_n\}$.
a_n	Virknes n-tais (vispārīgais) loceklis	
d	Aritmētiskās progresijas diference	
q	Ģeometriskās progresijas kvocients	
S_n	Virknes pirmo n locekļu summa	
$f(x)$	Funkcija f, kas definēta argumentam x; funkcijas vērtība, kas atbilst argumentam x	
Δx	$x_1 - x_0$; argumenta pieaugums	
$\Delta f(x_0)$	$f(x_1) - f(x_0)$; funkcijas pieaugums punktā x_0	Pieļaujams arī pieraksts Δy.
$D(f)$	Funkcijas f definīcijas kopa (definīcijas apgabals)	
$E(f)$	Funkcijas f vērtību kopa (vērtību apgabals)	Starptautiski lieto $R(f)$.
	IV. Matemātiskā analīze	
$\lim\limits_{x \to a-o} f(x)$	Funkcijas vienpusējā robeža, kad x tiecas uz a no kreisās pusas (no apakšas)	
dx	Argumenta diferenciālis; tas pats, kas Δx	
dy	Funkcijas diferenciālis	

$y', f'(x)$	Funkcijas f atvasinājums	Arī $\frac{dy}{dx}$
$f'(x_0)$	Funkcijas f atvasinājuma vērtība punktā x_0	
$y'', f''(x)$	Funkcijas f otrās kārtas atvasinājums, otrais atvasinājums	
$F(x)$	Funkcijas $f(x)$ primitīvā funkcija	
$\int f(x)dx$	Funkcijas $f(x)$ nenoteiktais integrālis	
$\int_a^b f(x)dx$	Funkcijas $f(x)$ noteiktais integrālis robežās no a līdz b	
	V. Kombinatorika, varbūtība, statistika	
$n!$	Skaitļa n faktoriāls	
P_n	Permutāciju skaits no n elementiem	
A_n^k	Variāciju skaits pa k elementiem no n elementiem	Starptautiski lieto arī ${}_nP_k$
C_n^k	Kombināciju skaits pa k elementiem no n elementiem	Starptautiski lieto arī ${}_nC_k$; $\binom{n}{k}$
$\bar{A}$	Notikuma A pretējais notikums	
$A \cup B, A + B$	Notikumu A un B apvienojums, "A vai B"	
$A \cap B, A \cdot B$	Notikumu A un B šķēlums, "A un B"	
$n(A)$	Elementu skaits [galīgā] kopā A	
$P(A)$	Notikuma A varbūtība	
$P(A\|B)$	Nosacītā varbūtība. Notikuma A varbūtība pie nosacījuma, ka notikums B ir realizējies	
$\bar{x}$	Datu kopas aritmētiskais vidējais	
Mo	Datu kopas moda	$Mo = 3$
Me	Datu kopas mediāna	$Me = 4$
$\sum_{i=1}^{n} a_i$	Elementu a_i summa, sākot ar $i = 1$ līdz $i = n$	$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ Nepārprotamās situācijās summācijas robežas var nenorādīt: $\sum a_i$.
$P(X = x_i)$	Varbūtība, ka gadījuma lielums X iegūst vērtību x_i	
$E(X)$	Diskrēta gadījuma lieluma sagaidāmā vērtība	Lieto arī $M(X)$.
$P(a < X < b)$	Varbūtība, ka nepārtraukta gadījuma lieluma X vērtība ir intervālā $(a; b)$	
$\bar{x}, \mu$	Gadījuma lieluma vidējā vērtība normālsadalījumā	Starptautiski parasti lieto μ populācijai un $\bar{x}$ izlasei.
s	Izlases standartnovirze	Aprakstošā statistika.
σ	Populācijas standartnovirze (iegūta no izlases)	Secinošā statistika.
s^2	Izlases dispersija	Aprakstošā statistika.
σ^2	Populācijas dispersija (iegūta no izlases)	Secinošā statistika.
r	Pīrsona korelācijas koeficients	

V. Ģeometrija plaknē, telpā		
$A(x;y)$ $A(x;y;z)$	Punkta A koordinātas plaknē, telpā	
$[AB]$	Nogrieznis AB	Ja lieto AB, risinājumā jābūt nepārprotami skaidram, uz kuru jēdzienu attiecas.
(AB)	Taisne AB	
$\|AB\|$	Attālums starp punktiem A un B, nogriežņa garums	
$[AB)$	Stars AB ar sākumpunktu A	
$\parallel$	paralēls	
$\perp$	perpendikulārs	
$P \in t; P \in \alpha$	Punkts P atrodas uz taisnes t, plaknē α	
$t \subset \alpha$	Taisne t atrodas plaknē α	Taisne kā punktu kopa ir plaknes kā punktu kopas apakškopa. Punkti ir kopu (taišņu, plakņu u. c.) elementi.
$P = m \cap n$	Punkts P ir taišņu m un n krustpunkts	
$\sphericalangle B, \sphericalangle ABC$	Leņķis ar virsotni punktā B [un malām BA, BC]; šī leņķa lielums	
$\sphericalangle(a;b)$, $\sphericalangle(t;\alpha)$, $\sphericalangle(\alpha;\beta)$	Leņķis starp taisnēm a un b; starp taisni t un plakni α, starp plaknēm α un β	
$\smile AB$	Loks AB (ģeometriska figūra)	Loku leņķisko lielumu vienādība un loku kā figūru vienādība nav ekvivalenta.
$\overset{\frown}{AB}$	Loka AB leņķiskais lielums	
$\triangle ABC$	Trijstūris ar virsotnēm A, B, C	
$\sim$	Līdzīgs, proporcionāls	Piemēram, $\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta A_2B_2C_2$.
$\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta A_2B_2C_2$	Trijstūri $A_1B_1C_1$ un $A_2B_2C_2$ ir līdzīgi	A_1 un A_2, B_1 un B_2, C_1 un C_2 ir atbilstošās virsotnes.
$\vec{a}$	Vektors	
$\overrightarrow{AB}$	Vektors ar sākumpunktu A un galapunktu B	
$\|\vec{a}\|, \|\overrightarrow{AB}\|$	Vektora garums (modulis)	
$\mathrm{pr}_x \overrightarrow{AB}$	Vektora $\overrightarrow{AB}$ projekcija uz orientētas ass x	Pieļaujams arī $\mathrm{proj}_x \overrightarrow{AB}$.
$\vec{a} = (a_x; a_y)$, $\vec{a}(a_x; a_y)$, $\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$, $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$,	Vektora koordinātas plaknē un telpā	Jābūt skaidrai norādei uz vektoru. Starptautiski lieto arī pierakstu $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}, \vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$. Pieļaujams pieraksts $\overrightarrow{(a_x; a_y)}$, piemēram, $\overrightarrow{(3;2)}$, bet ne $(3;2)$, jo var interpretēt kā punkta koordinātas.
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	Vienības vektori (orti) attiecīgi Ox, Oy, Oz asu virzienos	
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	Vektoru $\vec{a}$ un $\vec{b}$ skalārais reizinājums	

4. pielikums Formulas un teorēmas (optimālais mācību satura apguves līmenis)

(pieļaujamām burtu vērtībām)

Algebra

Skaitļa modulis

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ja } a \geq 0 \\ -a, \text{ja } a < 0 \end{cases}$$

Saīsinātās reizināšanas formulas

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

Aritmētiskā progresija

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\,n}{2}$$

$$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}$$

Ģeometriskā progresija

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$b_k^2 = b_{k-1} \cdot b_{k+1}$$

Saliktie procenti

$$A = S \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

A – uzkrātā vērtība,
S – sākumkapitāls,
r – procentu likme laika periodā (%),
n – laika periodu skaits

Kvadrāttrinoms, kvadrātvienādojums

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Vjeta teorēma:

Ja $x^2 + px + q = 0$, tad

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases}$$

Pakāpju īpašības

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Sakņu īpašības

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[n \cdot m]{a^{k \cdot m}} = \sqrt[n]{a^k}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Logaritmu īpašības

$$a^{\log_a b} = b$$

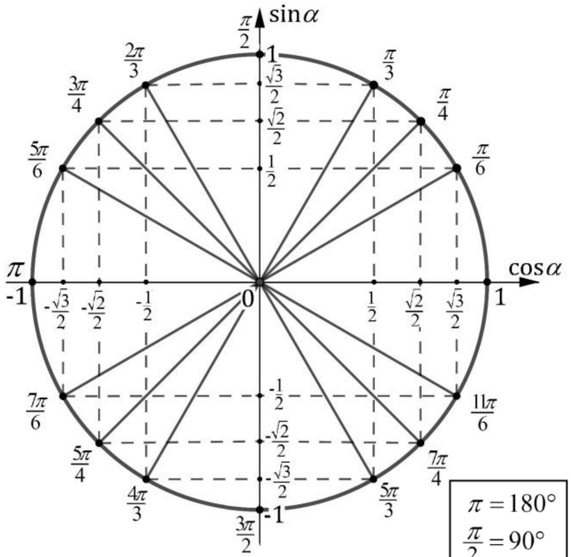
$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^k = k \cdot \log_a x$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Trigonometrija



$\pi = 180°$
$\frac{\pi}{2} = 90°$
$\frac{\pi}{3} = 60°$
$\frac{\pi}{4} = 45°$
$\frac{\pi}{6} = 30°$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

Kombinatorika, varbūtības, statistika

Kombinatorika

$$P_n = n!$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$A_n^k = n(n-1)(n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \qquad C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$$

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$$

Varbūtību teorija

Ja A un B – nesavienojami notikumi, tad

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Ja A un B – neatkarīgi notikumi, tad

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Ja A un B – atkarīgi notikumi, tad

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Statistika

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_k f_k}{n}$$

$\bar{x}$ – svērtais aritmētiskais vidējais,

n – izlases apjoms,

$f_1, f_2, \ldots, f_k$ – elementu $x_1, x_2, \ldots, x_k$ parādīšanās biežums

Analītiskā ģeometrija

Vektori plaknē

Ja $A(x_1;\ y_1)$ un $B(x_2;\ y_2)$, tad
$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1;\ y_2 - y_1)$

Ja $\vec{a} = (a_x;\ a_y)$, $\vec{b} = (b_x;\ b_y)$, tad
$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x;\ a_y \pm b_y)$
$k\vec{a} = (ka_x;\ ka_y)$

$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

Vektori telpā

Ja $A(x_1;\ y_1;\ z_1)$ un $B(x_2;\ y_2;\ z_2)$, tad
$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1;\ y_2 - y_1;\ z_2 - z_1)$

Ja $\vec{a} = (a_x;\ a_y;\ a_z)$ un $\vec{b} = (b_x;\ b_y;\ b_z)$, tad
$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x;\ a_y \pm b_y;\ a_z \pm b_z)$
$k\vec{a} = (ka_x;\ ka_y;\ ka_z)$

$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

Attālums starp punktiem, nogriežņa viduspunkts

Ja $A(x_1; y_1)$ un $B(x_2; y_2)$, tad
$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
$[AB]$ viduspunkts ir $C\left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

Riņķa līnijas vienādojums

Ja centrs $O(x_0;\ y_0)$ un rādiuss R, tad
$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$

Taisnes vienādojums

$\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1}$ $\qquad y - y_1 = k(x - x_1)$ $\qquad y = kx + b$

$P_1(x_1;\ y_1)$ un $P_2(x_2;\ y_2)$ – punkti, caur kuriem iet taisne.
Taisnes virziena koeficients $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.
Taisnes $y = k_1x + b_1$ un $y = k_2x + b_2$ ir:
paralēlas, ja $k_1 = k_2$
perpendikulāras, ja $k_1 \cdot k_2 = -1$

Ģeometrija plaknē

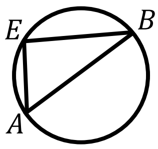
Riņķis un riņķa līnija

R – rādiuss,
α – centra leņķis,
C – riņķa līnijas garums,
l_α – loka garums,
S_α – sektora laukums

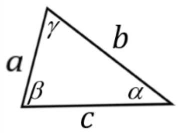
$C = 2\pi R \qquad S = \pi R^2$

$l_\alpha = \frac{\pi R\alpha}{180°} \qquad S_\alpha = \frac{\pi R^2\alpha}{360°}$

AB – diametrs, E – punkts uz riņķa līnijas
$\sphericalangle AEB = 90°$



Trijstūris



Sinusu teorēma
$\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$

Kosinusa teorēma
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

$S_\Delta = \dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$

Trijstūrī **ievilktā riņķa centrs** ir trijstūra bisektrišu krustpunkts.

Trijstūrim **apvilktā riņķa centrs** ir malu vidusperpendikulu krustpunkts.

Paralelograms

a, b – malas, α – leņķis starp malām, h_a– augstums pret malu a,
d_1, d_2 – diagonāles

$2a^2 + 2b^2 = {d_1}^2 + {d_2}^2$
$S = ab\sin\alpha \qquad S = a \cdot h_a$

Rombs

d_1, d_2 – diagonāles
$S = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$

Regulārs trijstūris

a – mala, h – augstums, r – ievilktā riņķa rādiuss, R – apvilktā riņķa rādiuss

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad r = \frac{1}{3}h \qquad R = \frac{2}{3}h \qquad S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

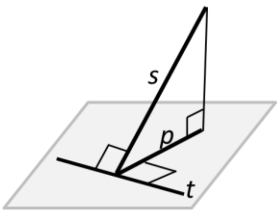
Trapece

a, b – pamati, h – augstums
$S = \dfrac{a+b}{2} \cdot h$

Ģeometrija telpā

Triju perpendikulu teorēma

Taisne (t), kas atrodas plaknē, ir perpendikulāra slīpnei (s), kura vilkta pret šo plakni, tad un tikai tad, ja tā ir perpendikulāra šīs slīpnes projekcijai (p).



Prizma

S_{pam} – pamata laukums,
H – augstums
$V = S_{pam} \cdot H$

Piramīda

S_{pam} – pamata laukums,
H – augstums
$V = \frac{1}{3}S_{pam} \cdot H$

Regulāra piramīda

P – pamata perimetrs, h_s – apotēma, α – divplakņu kakta leņķis pie pamata, $S_{sānu}$- sānu virsmas laukums

$S_{sānu} = \frac{1}{2}P \cdot h_s \qquad S_{sānu} = \frac{S_{pam}}{\cos\alpha}$

Cilindrs

Konuss

R – rādiuss,

R – rādiuss, H – augstums $S_{sānu} = 2\pi RH \quad V = \pi R^2 H$ **Lode** R – rādiuss $S = 4\pi R^2 \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3$	H – augstums, l – veidule $S_{sānu} = \pi Rl$ $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$	**Piramīdas augstuma pamats** Ja piramīdas **visas sānu šķautnes ir vienādas**, tad augstuma pamats ir piramīdas pamatam apvilktā riņķa centrs. Ja visi piramīdas **divplakņu kakta leņķi pie pamata ir vienādi**, tad augstuma pamats ir piramīdas pamatā ievilktā riņķa centrs.

5. pielikums Formulas, teorēmas un paņēmieni (augstākais mācību satura apguves līmenis) (pieļaujamām burtu vērtībām)

Algebra un kombinatorika

$$C_{n+1}^{k+1} = C_n^k + C_n^{k+1}$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k\, a^{n-k} b^k = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \ldots + C_n^k a^{n-k} b^k + \ldots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n$$

$\log_{a^k} x = \dfrac{1}{k} \cdot \log_a x$	**Bezū teorēma** Polinomu $P(x)$ dalot ar $(x-a)$, atlikums $R = P(a)$.	**Ģeometriskā progresija ($\lvert q \rvert < 1$)** $S = \dfrac{b_1}{1-q}$

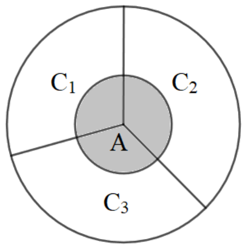
Matemātiskās indukcijas princips

Ja izteikums $A(n)$ ir patiess gadījumā, kad $n = 1$, un ja no šī izteikuma patiesuma jebkuram skaitlim $n = k$ izriet, ka tas ir patiess skaitlim $n = k + 1$, tad izteikums $A(n)$ ir patiess jebkuram naturālam skaitlim n.

1. Indukcijas bāze: pārbauda, vai $A(1)$ ir patiess ($n = 1$).
2. Induktīvais pieņēmums: pieņem, ka $A(k)$ ir patiess ($n = k$).
3. Induktīvā pāreja: pierāda, ka tādā gadījumā arī $A(k + 1)$ ir patiess ($n = k + 1$).
4. Secinājums: secina, ka $A(n)$ ir patiess visām naturālām n vērtībām.

Varbūtību teorija un statistika

Ja A un B – savienojami notikumi, tad $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.



Pilnās varbūtības formula

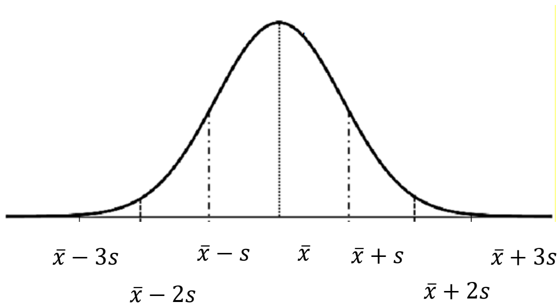
Ja C_1, C_2, C_3 – nesavienojami notikumi, kas veido pilnu notikumu kopu, tad
$P(A) = P(C_1 \cap A) + P(C_2 \cap A) + P(C_3 \cap A)$ jeb
$P(A) = P(C_1) \cdot P(A|C_1) + P(C_2) \cdot P(A|C_2) + P(C_3) \cdot P(A|C_3)$.

Bernulli formula

$P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$,
kur n – mēģinājumu skaits, m – labvēlīgo iznākumu skaits,
p – labvēlīga iznākuma varbūtība atsevišķā mēģinājumā, $q = 1 - p$.

Normālsadalījuma 1, 2 un 3 standartnoviržu likums

Intervālā $(\bar{x} - s;\ \bar{x} + s)$ atrodas ≈ 68,3 % visu gadījuma lieluma vērtību.
Intervālā $(\bar{x} - 2s;\ \bar{x} + 2s)$ atrodas ≈ 95,5 % visu gadījuma lieluma vērtību.
Intervālā $(\bar{x} - 3s;\ \bar{x} + 3s)$ atrodas ≈ 99,7 % visu gadījuma lieluma vērtību.



Regresijas taisnes vienādojums: $y - \bar{y} = k(x - \bar{x})$, kur $\bar{x}, \bar{y}$ – attiecīgi mainīgo x, y vidējās vērtības

Diskrēta gadījuma lieluma varbūtību sadalījums: $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

Diskrēta gadījuma lieluma sagaidāmā vērtība: $E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i \, x_i$

Binomiāla varbūtību sadalījuma sagaidāmā vērtība: $E(X) = n \cdot p$

Plaknes figūras

Trijstūris

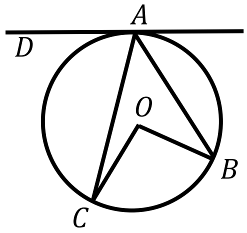
$$S_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S_\Delta = pr$$

$$S_\Delta = \frac{abc}{4R}$$

p – pusperimetrs,

r – ievilktās riņķa līnijas rādiuss,
R – apvilktās riņķa līnijas rādiuss



Ievilktais leņķis

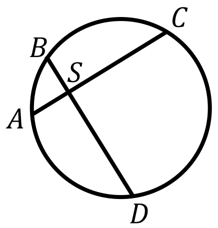
$$\sphericalangle BAC = \frac{1}{2}\sphericalangle BOC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$$

Hordas–pieskares leņķis

$$\sphericalangle DAC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$$

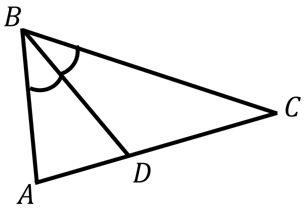
Krustiskas hordas

$$AS \cdot SC = BS \cdot SD$$



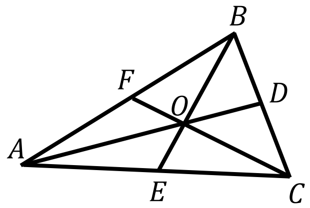
Bisektrises īpašība

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$$



Mediānu īpašība

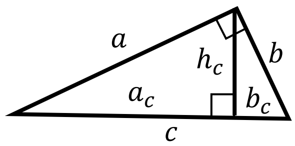
$$\frac{AO}{OD} = \frac{BO}{OE} = \frac{CO}{OF} = \frac{2}{1}$$



Eiklīda teorēma taisnleņķa trijstūrī

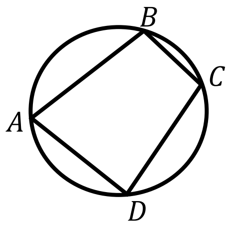
$$a^2 = a_c \cdot c \quad b^2 = b_c \cdot c$$

$$h_c^2 = a_c \cdot b_c$$



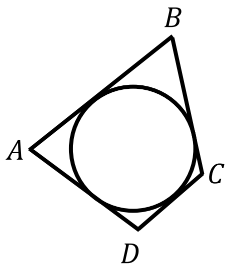
Ievilkts četrstūris

$$\sphericalangle A + \sphericalangle C = \sphericalangle B + \sphericalangle D$$



Apvilkts četrstūris

$$AB + CD = AD + BC$$



Telpiskie ķermeņi

Lodes daļas

$$S_{segm} = 2\pi RH$$

$$V_{segm} = \pi H^2 \left(R - \frac{H}{3}\right)$$

$$V_{sekt} = \frac{2}{3}\pi R^2 H$$

H – segmenta augstums,

R – lodes rādiuss

Slīpa prizma

$$S_{sānu} = P_n \cdot l$$

$$V = S_n \cdot l$$

l — sānu šķautnes garums,

P_n – normālšķēluma perimetrs,

S_n – normālšķēluma laukums

Nošķelts konuss

Nošķelta piramīda

Vektori un analītiskā ģeometrija

Ja $\vec{a} = (a_x;\ a_y;\ a_z)$ un $\vec{b} = (b_x;\ b_y;\ b_z)$, tad

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha, \text{ kur } \alpha = \sphericalangle(\vec{a}; \vec{b})$$

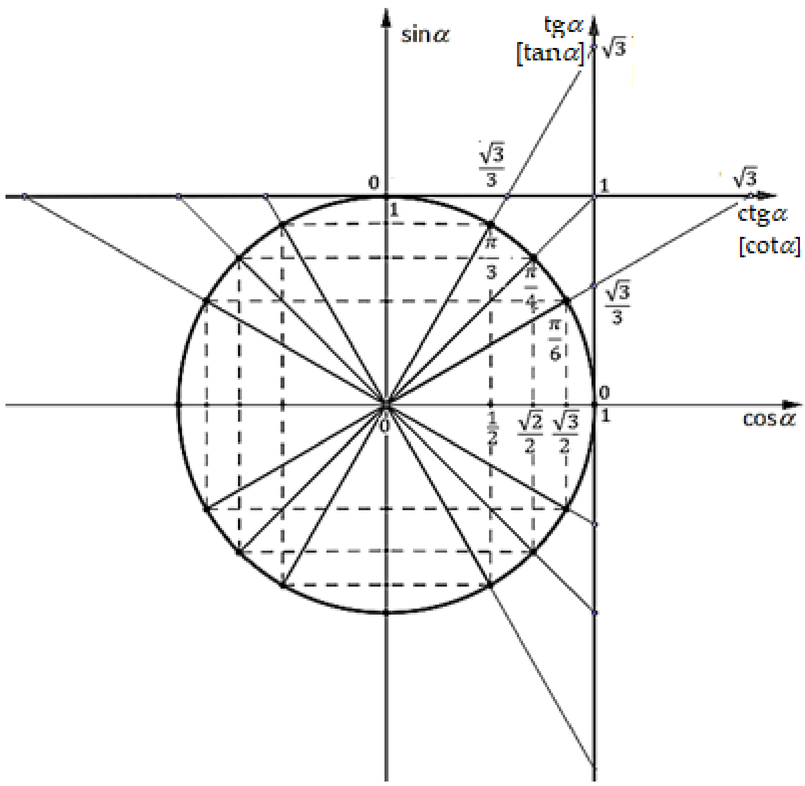
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \iff \vec{a} \perp \vec{b}$$

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \iff \vec{a} = k \cdot \vec{b}, k \in R \left(\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}\right)$$

$S_{sānu} = \pi(R_1 + R_2) \cdot l$ $V = \frac{\pi H}{3}(R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2)$ H – nošķeltā konusa augstums, R_1, R_2 – pamatu rādiusi, l – veidule	$S_{sānu\ reg.} = \frac{1}{2}(P_1 + P_2) \cdot h_s$ $V = \frac{H}{3}\left(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}\right)$ P_1, P_2 – pamatu perimetri, S_1, S_2 – pamatu laukumi, h_s – apotēma	Attālums no punkta $(x_0;\ y_0)$ līdz taisnei $Ax + By + C = 0$ $d = \frac{\lvert Ax_0 + By_0 + C\rvert}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Trigonometrija



$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha \pm \beta}{2}\cos\frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

Funkcijas robeža

$\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$, kur $f(x)$ – nepārtraukta punktā $x = a$

Robežu pamatīpašības

Ja k ir konstante un eksistē galīgas robežas

$\lim\limits_{x \to a} f(x)$ un $\lim\limits_{x \to a} g(x)$, tad

$$\lim_{x \to a}\left(k \cdot f(x)\right) = k \cdot \lim_{x \to a} f(x)$$

$$\lim_{x \to a}\left(f(x) \pm g(x)\right) = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)$$

$$\lim_{x \to a}\left(f(x) \cdot g(x)\right) = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$$

$$\lim_{x \to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x \to a} f(x)}{\lim\limits_{x \to a} g(x)}, \text{ kur } \lim_{x \to a} g(x) \neq 0$$

Darbības ar robežām, kuras vienādas ar 0 vai ∞

Ja $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$ un k – konstante, tad

$$\lim_{x \to a} kf(x) = \infty$$

$$\lim_{x \to a}\frac{k}{f(x)} = 0$$

Ja $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$ un k – konstante, tad

$$\lim_{x \to a} kf(x) = 0$$

$$\lim_{x \to a}\frac{k}{f(x)} = \infty$$

Robežu nenoteiktību novēršana

Ja, aprēķinot robežu racionālai daļveida funkcijai, iegūst nenoteiktību $\left(\frac{0}{0}\right)$, tad daļas skaitītāju un saucēju sadala reizinātājos un saīsina daļu.
Ja, aprēķinot robežu racionālai daļveida funkcijai, iegūst nenoteiktību $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$, tad daļas skaitītāju un saucēju dala ar mainīgā augstāko pakāpi.

Funkcijas atvasinājums

Pamatfunkciju atvasinājumi	Atvasināšanas kārtulas	Atvasinājuma ģeometriskā interpretācija
$C' = 0$ $x' = 1$ $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(e^x)' = e^x$ $(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(C \cdot u)' = C \cdot u'$ $(u \pm v)' = u' \pm v'$ $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$ $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$ $f'(u(x)) = f'(u) \cdot u'(x)$ kur C – konstante, u, v – argumenta x funkcijas	Grafika pieskares vienādojums punktā $(x_0;\ f(x_0))$ $y - f(x_0) = k(x - x_0)$, kur $k = f'(x_0) = \operatorname{tg}\alpha$ α – pieskares leņķis ar Ox ass pozitīvo virzienu **Atvasinājuma fizikālā interpretācija** Ja koordināta atkarībā no laika t ir $x(t)$, tad ātrums $v(t) = x'(t)$, paātrinājums $a(t) = v'(t) = x''(t)$

Integrālis

Ja $F(x)$ ir funkcijas $f(x)$ primitīvā funkcija, tad $F'(x) = f(x)$.

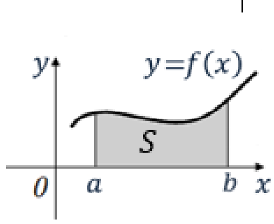
Nenoteiktais integrālis: $\int f(x)dx = F(x) + C$, kur $F(x)$ – viena no $f(x)$ primitīvajām funkcijām, C – integrācijas konstante

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$
$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$$
$$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$$
$$\int \cos x\,dx = \sin x + C$$
$$\int e^x\,dx = e^x + C$$

Līklīnijas trapeces laukums

Ja $f(x) \geq 0$, kad $x \in [a; b]$, tad

$$S = \int_a^b f(x)\,dx$$



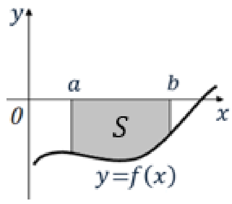
Ņūtona–Leibnica formula

Ja $F(x)$ – funkcijas $f(x)$ primitīvā funkcija intervālā $[a;b]$, tad

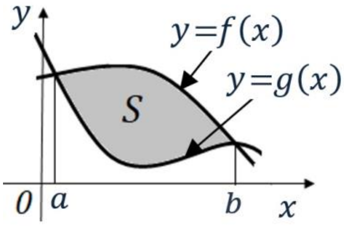
$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Ja $f(x) \le 0$, kad $x \in [a;b]$, tad

$$S = \left|\int_a^b f(x)\,dx\right|$$

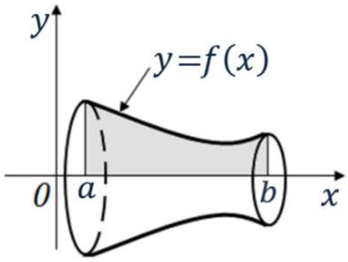


Plaknes figūras laukums starp divām līknēm



$$S = \int_a^b \big(f(x) - g(x)\big)\,dx$$

Rotācijas ķermeņa tilpums



$$V = \pi \int_a^b \big(f(x)\big)^2\,dx$$