

Centralizētais eksāmens par vispārējās vidējās izglītības apguvi

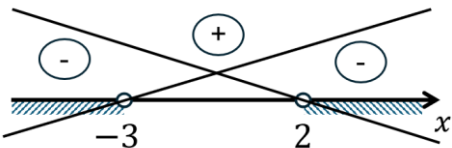
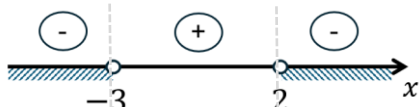
MATEMĀTIKA

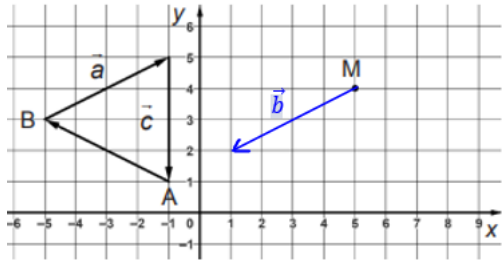
(augstākais mācību satura apguves līmenis)

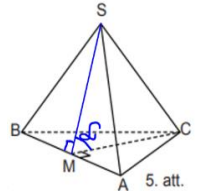
Vērtēšanas kritēriji un sagaidāmais skolēna sniegums

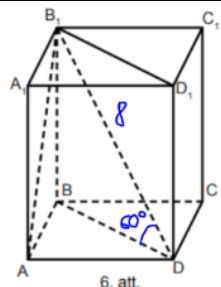
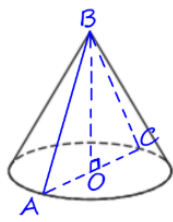
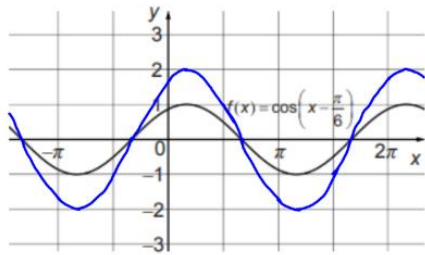
1. daļa. Zināšanas, izpratne un prasmes (optimālā līmeņa saturs)

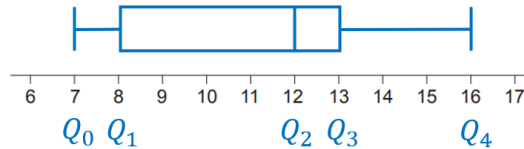
Uzd.	Punkti	Vērtēšanas kritēriji	Sagaidāmais skolēna sniegums*
1.1.	1	Aprēķina pakāpes vērtību – 1 punkts.	4
1.2.	1	Aprēķina logaritma vērtību – 1 punkts.	4
2.1.	1	Saskaita līdzīgas saknes – 1 punkts.	Apvelk atbildi D
2.2.	1	Iznes reizinātāju pirms saknes zīmes – 1 punkts.	$2\sqrt[3]{a}$
2.3.	1	Pārveido par pakāpi – 1 punkts.	$a^{\frac{1}{8}}$
2.4.	1	Salīdzina kāpinātājus pakāpēm ar vienādām bāzēm – 1 punkts.	$a < b$
3.1.	1	Aprēķina vai nosaka no grafika funkcijas vērtību – 1 punkts.	-1
3.2.	1	Nosaka funkcijas vērtību kopu – 1 punkts.	Apvelk atbildi C
3.3.	1	Skaidro funkcijas grafika novietojumu koordinātu plaknē – 1 punkts.	Funkcijas grafiks nekrusto Oy asi, jo funkcija nav definēta, ja $x = 0$.
3.4.	1	Nosaka argumenta vērtības, ar kurām funkcijas vērtība ir pozitīva, – 1 punkts.	$x \in (0; 2)$
4.	1	Sadala izteiksmi reizinātājos – 1 punkts.	$(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$
5.	1	Uzraksta situācijai atbilstošu izteiksmi – 1 punkts.	$2 + \frac{30}{a}$
6.	2	Nosaka kopsaucēju un paplašina daļu – 1 punkts. Atņem daļas un vienkāršo izteiksmi – 1 punkts.	$\frac{1}{x} - \frac{2}{x(x+5)} = \frac{x+5}{x(x+5)} - \frac{2}{x(x+5)} =$ $= \frac{x+5-2}{x(x+5)} = \frac{x+3}{x(x+5)}$

7.	3	Intervālu metodes grafiskais paņēmieni legūst tās x vērtības, kurās skaitītājs vai saucējs ir vienāds ar nulli, un attēlo tās uz skaitļu ass – 1 punkts. Uzskicē atbilstošo funkciju grafikus un nosaka dalījuma zīmi katrā intervālā – 1 punkts. Uzraksta nevienādības atrisinājumu, izmantojot attēlojumu, – 1 punkts.	legūst tās x vērtības, kurās skaitītājs vai saucējs ir vienāds ar nulli. $2 - x = 0 \quad x + 3 = 0$ $x = 2 \quad x = -3$  Atbilde: $x \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$
		Intervālu metodes analītiskais paņēmieni legūst tās x vērtības, kurās skaitītājs vai saucējs ir vienāds ar nulli, un attēlo tās uz skaitļu ass – 1 punkts. Aprēķina dalījuma zīmi katrā intervālā, pamatojot zīmes noteikšanu (aprēķinot to konkrētai x vērtībai vai skaidrojot teorētiski), – 1 punkts. Uzraksta nevienādības atrisinājumu – 1 punkts.	legūst tās x vērtības, kuros skaitītājs vai saucējs ir vienāds ar nulli. $2 - x = 0 \quad x + 3 = 0$ $x = 2 \quad x = -3$  $\frac{2+4}{-4+3} < 0 \quad \frac{2-0}{0+3} > 0 \quad \frac{2-4}{4+3} < 0$ Atbilde: $x \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$
		Pāreja uz nevienādību sistēmām Izveido un atrisina nevienādību sistēmu (skaitītājs negatīvs, saucējs pozitīvs) – 1 punkts. Izveido un atrisina nevienādību sistēmu (skaitītājs pozitīvs, saucējs negatīvs) – 1 punkts. Uzraksta nevienādības atrisinājumu – 1 punkts.	$\begin{cases} 2 - x < 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases} \quad \text{vai} \quad \begin{cases} 2 - x > 0 \\ x + 3 < 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x > 2 \\ x > -3 \end{cases} \quad \text{vai} \quad \begin{cases} x < 2 \\ x < -3 \end{cases}$ $x \in (2; +\infty) \quad \text{vai} \quad x \in (-\infty; -3)$ Atbilde: $x \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$
8.	1	Lieto substitūciju un uzraksta vienādojumu ar jauno mainīgo – 1 punkts.	$m^2 + 2m - 3 = 0$
9.	2	Demonstrē izpratni par metodi un ievieto skaitliskās vērtības formulā – 1 punkts. Aprēķina rekurenti uzdotās virknes otro un trešo locekli – 1 punkts.	$x_2 = x_1^2 - 1 = 2^2 - 1$ $x_2 = 3$ $x_3 = 8$

10.	2	Pārveido vienādojuma labo pusi par skaitļa 2 pakāpi – 1 punkts. Pāriet uz lineāru vienādojumu un atrisina to – 1 punkts.	$2^{x-1} = 2^5$ $x - 1 = 5$ $x = 6$
11.	1	Izmantojot grafisko paņēmieni, nosaka vienādojuma sakni – 1 punkts.	$x = 2$
12.	2	Vērtē, izmantojot snieguma līmeņa aprakstu. Skaidro, ka nav iespējams viennozīmīgi noteikt vienu b_2 vērtību, jo b_2 (vai q) ir vairāk nekā viena iespējama vērtība, – 1 punkts. Skaidro, ka nav iespējams viennozīmīgi noteikt vienu b_2 vērtību, jo b_2 (vai q) ir divas iespējamās vērtības, kas ir pretēji skaitļi un norāda abas iespējamās b_2 vērtības, – 2 punkti.	Ja $q = 5$, tad iegūstam 5; 25; 125. Ja $q = -5$, tad iegūstam 5; -25; 125. Tātad nevar viennozīmīgi noteikt vienu b_2 vērtību, jo $b_2 = 25$ vai $b_2 = -25$.
13.1.	1	Nosaka vektora $\vec{a}$ koordinātas – 1 punkts.	$\vec{a} = (4; 2)$
13.2.	1	Izsaka vektoru $\overrightarrow{AB}$ ar dotajiem vektoriem – 1 punkts.	$\overrightarrow{AB} = -\vec{c} - \vec{a}$
13.3.	1	No punkta $M(5; 4)$ uzzīmē vektoram $\vec{a}$ pretējo vektoru $\vec{b}$ – 1 punkts.	
14.1.	1	Nosaka punkta B koordinātas telpā – 1 punkts.	$B(0; 3; 0)$
14.2.	1	Nosaka vektora $\overrightarrow{AG}$ koordinātas telpā – 1 punkts.  <i>Lieto atbilstošu vektora pieraksta simboliku.</i>	$\overrightarrow{AG} = (-3; 3; 3)$
14.3.	1	Nosaka summas vektoru – 1 punkts.	Apvelk atbildi A
15.	1	Aprēķina punkta $L(1; y)$ ordinātas y vērtību, ja zināms taisnes vispārīgais vienādojums, – 1 punkts.	$3 \cdot 1 + y - 5 = 0$ $y = 5 - 3 = 2$
16.	1	Uzraksta dotajai taisnei perpendikulāras taisnes virziena koeficientu – 1 punkts.	$k_2 = -\frac{1}{4}$

17.	3	Taisnes vienādojumā $y = kx + b$ ievieto atbilstošās x, y un k vērtības – 1 punkts. Aprēķina b vērtību – 1 punkts. Iegūst vienādojumu formā $Ax + By + C = 0$, kur A, B un C veseli skaitļi – 1 punkts.  Skaidri saprotams, ko rēķina, izvēlēta atbilstoša forma un pieraksts.	$y = 2x + b$ $1 = 2 \cdot (-3) + b$ $1 = -6 + b$ $b = 7$ $y = 2x + 7$ $2x - y + 7 = 0$
18.1.	2	Nosaka vektora koordinātas – 1 punkts. Aprēķina rādiusa garumu – 1 punkts.  lieto korekti “=” vai “≈”, lietots garuma apzīmējums (modulis).	$\overrightarrow{AB} = (3; 1)$ $r = \overrightarrow{AB} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$
18.2.	1	Uzraksta riņķa līnijas, kuras rādiuss ir 5 un centrs punktā $A(-2; 1)$, vienādojumu – 1 punkts.	$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$
19.	1	Nosaka, kāda veida daudzstūrim, rotējot ap vienu no malām, rodas nošķelts konuss, – 1 punkts.	Apvelk atbildi B.
20.1.	1	Nosaka taisni, kas ir šķērsa taisnei MB , – 1 punkts.	Apvelk atbildi D.
20.2.	1	Nosaka taisni, kas rodas šķēļoties plaknēm ABC un BSC , – 1 punkts.	BC
20.3.	1	Iezīmē leņķi α , kas ir leņķis starp sānu skaldni ABS un pamata plakni ABC , –1 punkts.	

21.1.	3	Lieto trigonometriskās sakarības katetes B_1B aprēķināšanai – 1 punkts. Aprēķina prizmas augstumu B_1B – 1 punkts. Aprēķina prizmas tilpumu – 1 punkts.  <i>Lietotas atbilstošas mērvienības.</i>  <i>Skaidri saprotams, ko rēķina, izvēlēta atbilstoša forma un pieraksts.</i>	ΔB_1BD ir taisnleņķa. $\frac{B_1B}{B_1D} = \sin 60^\circ$ $B_1B = B_1D \cdot \sin 60^\circ$ $B_1B = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ $V = S_{ABCD} \cdot B_1B = 6 \cdot 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3} \text{ cm}^3$  6. att.
21.2.	1	Pamato, ka ΔAB_1D ir taisnleņķa, izmantojot trīs perpendikulu teorēmu, – 1 punkts	$\left. \begin{array}{l} B_1B \perp BA \\ BA \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow B_1A \perp AD$ Tātad ΔAB_1D leņķis A ir taisns un pats trijstūris ir taisnleņķa trijstūris.
22.	2	Aprēķina rādiusa garumu – 1 punkts. Aprēķina konusa sānu virsmas laukumu – 1 punkts.  <i>Lietotas atbilstošas mērvienības.</i>	ΔABC ir regulārs, tātad gan konusa veidules, gan tā pamata diametra AC garums ir 8 cm un $r = \frac{AC}{2} = 4$ cm. $S_{\text{sānu}} = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot 4 \cdot 8 = 32\pi \text{ cm}^2$ 
23.	1	Pārveido leņķa lielumu grādos – 1 punkts.	54°
24.	1	Nosaka trigonometriskās izteiksmes vērtību – 1 punkts.	1
25.	1	Salīdzina $\cos \alpha$ un $\cos \beta$ vērtības – 1 punkts.	$\cos \alpha > \cos \beta$
26.1.	2	Ievieto doto argumenta vērtību funkcijas formulā – 1 punkts. Aprēķina funkcijas vērtību – 1 punkts.	$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
26.2.	1	Nosaka funkciju nulļu skaitu dotajā intervālā – 1 punkts.	3
26.3.	1	Uzzīmē funkcijas grafiku dotajā koordinātu plaknē – 1 punkts.	

27.	2	Ievieto zināmos lielumus kosinusa teorēmā – 1 punkts. Aprēķina trijstūra nezināmās malas AC garumu – 1 punkts.  <i>Korekti lieto “=”, izmantojot kosinusa teorēmu.</i>	$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$ $AC^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$ $AC^2 = 25 + 9 + 15$ $AC^2 = 49$ $AC = 7 \text{ cm}$
28.1.	1	Nosaka kopu A un B apvienojuma $A \cup B$ elementu skaitu – 1 punkts.	5 elementi
28.2.	1	Nosaka kopu A un B starpību $A \setminus B$ – 1 punkts.  <i>Iegūto rezultātu pieraksta, lietojot figūriekavas; kopas elementus atdala ar semikolu.</i>	$A \setminus B = \{4; 5\}$
29.	1	Aprēķina variāciju skaitu – 1 punkts.	$A_5^2 = 5 \cdot 4 = 20$
30.	2	Izvēlas formulu kombināciju skaita aprēķināšanai – 1 punkts. Aprēķina kombināciju skaitu – 1 punkts.  <i>Izvērsti parāda veiktos aprēķinus.</i>	Skolēnus ir tikai jāatlasa (viņu izvēles secība nav svarīga). $C_{20}^3 = \frac{20!}{3! \cdot 17!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 1140$
31.	1	Nosaka neiespējamu notikumu – 1 punkts.	Izvēlas atbildi D
32.1.	1	Aprēķina notikuma varbūtību – 1 punkts.	$\frac{17}{20}$ jeb 85%
32.2.	2	Aprēķina gadījuma mēģinājuma visu iespējamo iznākumu skaitu, ņemot vērā, ka viena detaļa jau ir izņemta, – 1 punkts. Nosaka notikumam labvēlīgo iznākumu skaitu un aprēķina notikuma varbūtību – 1 punkts.  <i>Vārdiski apraksta spriedumu gaitu vai veido varbūtību diagrammu (koku).</i>	Tā kā pirmā izņemtā detaļa ir bez defekta, tad kastē ir palikušas 19 detaļas, no kurām 3 ir ar defektu. Varbūtība, ka nākamā izņemtā detaļa ir ar defektu, ir $\frac{3}{19}$.
33.1.	1	Nosaka datu kopas mediānu – 1 punkts.	$M_e = Q_2 = 12$
33.2.	2	Uzskatāmi attēlo kopas elementu izkliedi ap tās mediānu tikai starpkvartīļu intervālā – 1 punkts. Uzskatāmi attēlo visu kopas elementu izkliedi – 2 punkti.	

*vairākpunktu uzdevumos iespējami vairāki pareizi uzdevuma risinājumi

∞ – "Lieto matemātikas valodu".

↔ – "Organizē risinājumu".

Pārejas algoritmi no apliecinājumu "ir"/"nav" skaits uz punktu skaitu par prasmju grupu "Lieto matemātikas valodu" un prasmju grupu "Organizē risinājumu".

Lieto matemātikas valodu (0 – 3 punkti):

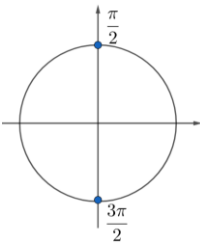
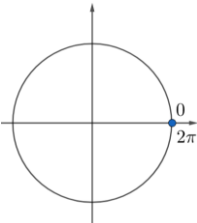
- ja 5 – 6 apliecinājumi "Ir", tad 3 punkti;
- ja 3 – 4 apliecinājumi "Ir", tad 2 punkti;
- ja 1 – 2 apliecinājumi "Ir", tad 1 punkts;
- ja apliecinājumu "Ir" nav, tad 0 punktu.

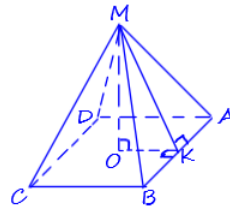
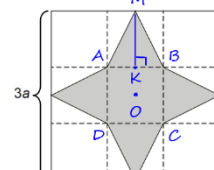
Organizē risinājumu (0 – 2 punkti):

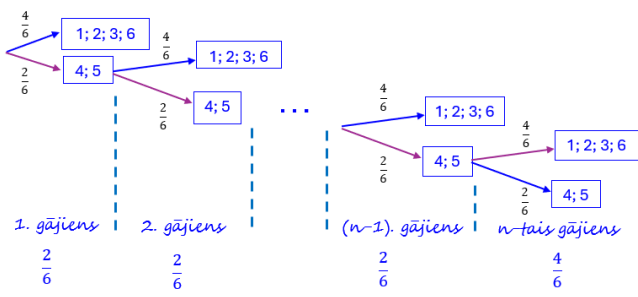
- ja 3 – 4 apliecinājumi "Ir", tad 2 punkti;
- ja 1 – 2 apliecinājumi "Ir", tad 1 punkts;
- ja apliecinājumu "Ir" nav, tad 0 punktu.

2. daļa. Kompleksu problēmu risināšana (optimālā līmeņa saturs)

Uzd.	Punkti	Vērtēšanas kritēriji	Sagaidāmais skolēna sniegums (pieļaujami arī citi skolēnu sniegumi)												
1.	5	Izvēlas mainīgo lielumu un to lieto, lai aprakstītu abu kustību visus raksturīgos lielumus (ātrumu, laiku), – 1 punkts. Izveido situācijai atbilstošu vienādojumu – 1 punkts. Veic pārveidojumu un pāriet uz kvadrātvienādojumu – 1 punkts. Iegūst kvadrātvienādojuma saknes – 1 punkts. Pārbauda sakņu atbilstību definīcijas kopai un uzraksta atbildi – 1 punkts.	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th>Attālums (km)</th><th>Ātrums (km/h)</th><th>Laiks (h)</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Pirmais ceļa posms</td><td>2</td><td>x</td><td>$\frac{2}{x}$</td></tr> <tr> <td>Atlikušais ceļa posms</td><td>1</td><td>$x + 2$</td><td>$\frac{1}{x + 2}$</td></tr> </tbody> </table> $52 \text{ min} = \frac{52}{60} \text{ h} = \frac{13}{15} \text{ h}$ $\frac{2}{x} + \frac{1}{x + 2} = \frac{13}{15}$ $\frac{2 \cdot 15(x + 2) + 15 \cdot x - 13 \cdot x \cdot (x + 2)}{15x(x + 2)} = 0$ $15x(x + 2) \neq 0$ $x \neq 0 \quad x \neq -2$ $-13x^2 + 19x + 60 = 0$ $D = 19^2 - 4 \cdot (-13) \cdot 60 = 361 + 3120 = 3481$ $x_1 = \frac{-19 - 59}{-26} = \frac{-78}{-26} = 3 \text{ (km/h)}$ $x_2 = \frac{-19 + 59}{-26} = -\frac{40}{26}$ – $\frac{40}{26}$ neder, jo ātrums nevar būt negatīvs skaitlis. Atbilde. Pirmos divus kilometrus Anete veica, ejot ar ātrumu 3 (km/h).		Attālums (km)	Ātrums (km/h)	Laiks (h)	Pirmais ceļa posms	2	x	$\frac{2}{x}$	Atlikušais ceļa posms	1	$x + 2$	$\frac{1}{x + 2}$
	Attālums (km)	Ātrums (km/h)	Laiks (h)												
Pirmais ceļa posms	2	x	$\frac{2}{x}$												
Atlikušais ceļa posms	1	$x + 2$	$\frac{1}{x + 2}$												

2.	5	Lieto divkāršā argumenta formulu, lai pārietu uz leņķi x, – 1 punkts. Savelk līdzīgos saskaitāmos – 1 punkts. Lietojot sadalīšanu reizinātājos, ieviešot substitūciju vai citādi, iegūst trigonometriskos pamatvienādojumus – 1 punkts. Vienādojumu sakņu noteikšanu norādītajā intervālā vērtē līmeņos: - nosaka divas vai trīs saknes – 1 punkts; - nosaka visas 4 saknes – 2 punkti.	$\cos(2x) + \sin^2 x = \cos x$ $\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^2 x = \cos x$ $\cos^2 x = \cos x$ $\cos^2 x - \cos x = 0$ $\cos x (\cos x - 1) = 0$ $\cos x = 0$  $x_1 = \frac{\pi}{2}, x_2 = \frac{3\pi}{2}$ $\cos x = 1$  $x_3 = 0, x_4 = 2\pi$ Atbilde. $x_1 = \frac{\pi}{2}, x_2 = \frac{3\pi}{2}, x_3 = 0, x_4 = 2\pi$
3.1.	1	Nosaka iedzīvotāju skaitu 2100. gadā – 1 punkts.	640
3.2	3	Izveido atbilstošu vienādojumu – 1 punkts. Aprēķina t vērtību – 1 punkts. Nosaka, kurā gadā sasniegs simts iedzīvotājus, – 1 punkts.	$100 = 20 \cdot 2^{\frac{t}{25}}$ $2^{\frac{t}{25}} = 5$ $\frac{t}{25} = \log_2 5$ $t = 25 \cdot \log_2 5 = 25 \cdot \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 2} \approx 58,05 \text{ (gadi)}$ Pēc pilniem 58 gadiem iedzīvotāju skaits sasniedz $20 \cdot 2^{\frac{58}{25}} \approx 99,87 < 100$, Kamēr pēc pilniem 59 gadiem tas ir $20 \cdot 2^{\frac{59}{25}} \approx 102,67 > 100$. $1975 + (59 - 1) = 2033$ Atbilde. Ciema iedzīvotāju skaits sasniedz simtu 59. gada laikā, t. i., 2033. gadā.

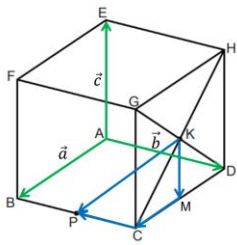
4	3	Aprēķina vienas bumbiņas tilpumu – 1 punkts. Aprēķina, cik lielu tilpumu var aizņemt bumbiņas, – 1 punkts. Ievērojot precizitāti, aprēķina bumbiņu skaitu un pieraksta atbildi – 1 punkts.	V_b – vienas bumbiņas tilpums. $V_b = \frac{4 \cdot \pi \cdot 3,5^3}{3} \approx 179,6 \text{ cm}^3$ V – tik lielu tilpumu drīkst aizņemt bumbiņas. $V = 0,20 \cdot 200 \cdot 150 \cdot 40 = 240000 \text{ cm}^3$ $\frac{V}{V_b}$ – lielākais pieļaujamais bumbiņu skaits baseinā. $\frac{V}{V_b} = 240000 : 179,6 \approx 1336,3 \text{ bumbiņas}$ Atbilde. Šajā baseinā varētu būt ne vairāk kā 1336 bumbiņas.
5	4	Aprēķina piramīdas pamata laukumu – 1 punkts. Norāda, kuru trijstūri izmantos, lai iegūtu piramīdas augstumu, – 1 punkts. Nosaka piramīdas augstuma izteiksmi – 1 punkts. Vienkāršo tilpuma izteiksmi, lai pamatotu tilpuma formulu, – 1 punkts.	$MK = AD = DC = \frac{1}{3} \cdot 3a = a$, jo visi kvadrāti ir vienādi, tātad arī to malas ir vienādas. $S_{\text{pamata}} = AD \cdot DC = a^2$  $MABCD$ – regulāra četrstūra piramīda $\Rightarrow$ $ABCD$ ir kvadrāts $\Rightarrow$ O – ievilktais r.l. centrs $\Rightarrow$ $OK = \frac{1}{2}a$ MO – piramīdas $MABCD$ augstums $H \Rightarrow$ $MO \perp OK \Rightarrow \Delta MOK$ ir taisnleņķa $H = MO = \sqrt{MK^2 - OK^2} = \sqrt{a^2 - \frac{1}{4}a^2} =$ $= \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $V_{MABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{pamata}} \cdot H = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ 

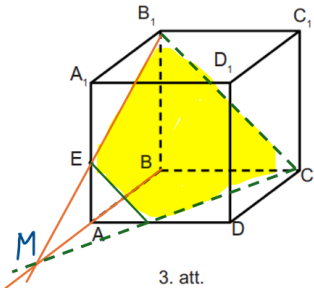
6.1.	1	Nosaka notikuma varbūtību – 1 punkts.	Spēles turpinājumam labvēlīgie iznākumi ir 4 un 5. Visi iespējamie iznākumi ir 1, 2, 3, 4, 5, un 6. Tātad varbūtība, ka pēc 1. gājiena spēle turpināsies, ir $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
6.2.	3	Nosaka varbūtību, ka spēle turpināsies pēc $n - 1$ gājiena, – 1 punkts. Nosaka varbūtību, ka spēle beigsies konkrētajā gājienā, – 1 punkts. Lieto neatkarīgu notikumu reizinājuma varbūtību un uzraksta prasīto izteiksmi – 1 punkts.	 Spēle beigsies pēc n-tā gājiena, ja tieši $n - 1$ reizi iestāsties notikums, kura varbūtība ir $\frac{2}{6}$ (uzripina 4 vai 5) un vienu vienīgu reizi iestāsties notikums, kura varbūtība ir $\frac{2}{6}$ (uzripina 1, 2, 3, vai 6 punktus). Atsevišķa gājiena rezultāts neietekmē cita gājiena iznākumu, tātad prasīto varbūtību p izsaka n neatkarīgu notikumu varbūtību reizinājums. $p = \left(\frac{2}{6}\right)^{n-1} \cdot \frac{4}{6} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3^n}$

3. daļa. Zināšanas, izpratne un prasmes (augstākā līmeņa saturs)

Uzd.	Punkti	Vērtēšanas kritēriji	Sagaidāmais skolēna sniegums*
1.	1	Uzraksta izteiksmi kā binoma pakāpi – 1 punkts.	$(x - 1)^5$
2.	1	Lieto divu standartnoviržu likumu – 1 punkts.	$\frac{95,4\%}{2} = 47,7\%$
3.	1	Nosaka virknes īpašībām atbilstošo atbildi – 1 punkts.	Apvelk atbildi C.
4.	2	Saknes pārveido par pakāpēm (lieto sakņu īpašību) – 1 punkts. Pakāpju dalījumu pārveido par pakāpi – 1 punkts.	$\frac{\sqrt[4]{x^3}}{\sqrt{x}} = \frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{4}}$
5.	2	legūst inversās funkcijas izteiksmi formā $x = g(y)$ – 1 punkts. Inversās funkcijas izteiksmi izsaka formā $y = f(x)$ – 1 punkts.	$y = 2x - 3$ $2x = y + 3$ $x = \frac{1}{2}(y + 3)$ $y = \frac{1}{2}(x + 3)$ jeb $y = \frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$
6.	1	Aprēķina atlikuma vērtību – 1 punkts.	Bezū teorēma $R = P(1) = 1^{100} - 3 \cdot 1^{17} + 5 = 3$

7.	3	Vērtē, izmantojot snieguma līmeņa aprakstu. Uzdevums atrisināts pilnīgi pareizi, t. i., • pareizi uzrakstīti abi lineāru nevienādību gadījumi; • veikti korekti algebriskie pārveidojumi; • iegūts pareizs atrisinājums un pierakstīta atbilde – 3 punkti. Lai gan pārveidojumos vai atbildē ir pieļauta kļūda, kopumā ir pareizi demonstrēta izpratne un prasme atrisināt nevienādību ar moduli – 2 punkti. Ir veikti daži sākotnējie soļi vai mēģinājumi veidot nevienādības, taču ir būtiskas kļūdas vai nepilnības, kas liedz iegūt pareizu rezultātu. Izpratne par uzdevuma būtību ir tikai daļēja – 1 punkts.  <i>Strukturē risinājumu; parāda, kas katrā solī tiek aprēķināts</i>	$2x - 3 > 5 \quad \text{vai} \quad 2x - 3 < -5$ $2x > 8 \quad \text{vai} \quad 2x < -2$ $x > 4 \quad \text{vai} \quad x < -1$ $x \in (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$
8.1.	1	No grafika nosaka robežu, ja x tiecas uz $+\infty$ – 1 punkts.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$
8.2.	1	No grafika nosaka vienpusējo robežu – 1 punkts.	$\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = -2$
9.	2	Nosaka ārējās funkcijas atvasinājumu – 1 punkts. Iegūto ārējās funkcijas atvasinājumu reizina ar iekšējās funkcijas atvasinājumu – 1 punkts.	$g'(x) = \frac{1}{3x+4} \cdot 3 = \frac{3}{3x+4}$
10.	1	Nosaka nosacījumiem atbilstošo grafiku – 1 punkts.	Apvelk atbildi C.
11.	2	Nosaka primitīvo funkciju – 1 punkts. Lieto Ņūtona–Leibnica formulu – 1 punkts.  <i>Korekti lieto simbolisko pierakstu, uzrakstot integrāli, pierakstot risinājumu.</i>	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 =$ $= 1 - 0 = 1$
12.	1	Uzraksta arksinusa precīzo vērtību radiānos – 1 punkts.	$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$

13.	2	Uzraksta izteiksmi argumenta $2x$ vērtībai – 1 punkts. Aprēķina x vērtību – 1 punkts. ☞ <i>Korekti pieraksta trigonometriskā vienādojuma atrisinājumu, norāda n piederību veselo skaitļu kopai – ir/nav</i>	$2x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$
14.	4	Kāpina izteiksmi kvadrātā – 1 punkts. Lieto sakarību $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$ – 1 punkts. Dalījumu pārveido par summu – 1 punkts. Savelk līdzīgos saskaitāmos – 1 punkts. ☞ <i>Strukturē risinājumu; parāda pārveidojumu starprezultātus.</i>	$(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - \frac{1 + \operatorname{tg}^4 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha} =$ $= \operatorname{tg}^2 \alpha + 2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha -$ $- \left(\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha} + \operatorname{tg}^2 \alpha \right) =$ $= \operatorname{tg}^2 \alpha + 2 + \operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha = 2$
15.	2	Pareizi izsaka prasīto vektoru ar dotajiem vektoriem – 2 punkti. Uzsāk atbilstoši, veic daļēji vai kādā solī kļūdās – 1 punkts. ☞ <i>Atbilde uzrakstīta nepārprotami, lietojot vektoriem atbilstošos apzīmējumus.</i>	$\overrightarrow{KP} = \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CP}$ $\overrightarrow{KP} = -\frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ 
16.	3	Aprēķina vektoru skalāro reizinājumu – 1 punkts. Aprēķina vektoru moduļus – 1 punkts. Aprēķina leņķa kosinusu un leņķi – 1 punkts. ☞ <i>Strukturē risinājumu; parāda, kas katrā solī tiek aprēķināts.</i>	$\vec{a} \cdot \vec{b} = -2 \cdot 3 + 3 \cdot (-1) = -6 - 4 = -10$ $ \vec{a} = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} =$ $= 2\sqrt{5}$ $ \vec{b} = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos \varphi$ $-10 = 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \cos \varphi$ $\cos \varphi = \frac{-10}{2\sqrt{50}} = \frac{-10}{10\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ Leņķis starp vektoriem $[0^\circ; 180^\circ]$. $\varphi = 135^\circ$

17.1.	1	Konstruē punktu M kā taisņu BA un B_1E krustpunktu – 1 punkts.	
17.2.	1	Konstruē kuba šķēlumu ar plakni B_1CE – 1 punkts.	

*vairākpunktu uzdevumos iespējami vairāki pareizi uzdevuma risinājumi

∞ – "Lieto matemātikas valodu".

↔ – "Organizē risinājumu".

Pārejas algoritmi no apliecinājumu "ir"/"nav" skaits uz punktu skaitu par prasmju grupu "Lieto matemātikas valodu" un prasmju grupu "Organizē risinājumu".

Lieto matemātikas valodu (0 – 1 punkts):

- ja 2 apliecinājumi "Ir", tad 1 punkts;
- ja 0 – 1 apliecinājumi "Ir", tad 0 punktu.

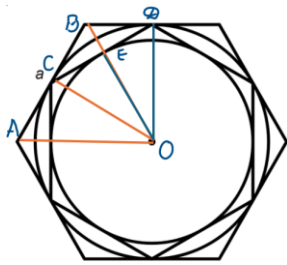
Organizē risinājumu (0 – 2 punkti):

- ja 3 – 4 apliecinājumi "Ir", tad 2 punkti;
- ja 1 – 2 apliecinājumi "Ir", tad 1 punkts;
- ja apliecinājumu "Ir" nav, tad 0 punktu.

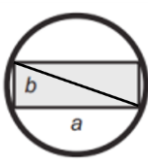
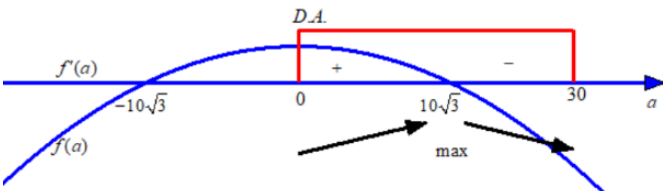
4. daļa. Kompleksu problēmu risināšana (augstākā līmeņa saturs)

Uzd.	Punkti	Vērtēšanas kritēriji	Sagaidāmais skolēna sniegums (pieļaujami arī citi skolēnu sniegumi)
1.	5	No eksponetvienādojuma iegūst lineāru vienādojumu $(x = -2y - 6)$ – 1 punkts. Iegūst kvadrātvienādojumu vai vienādojumu $x - y = 3$, atbrīvojoties no logaritma, – 1 punkts. Atrisina vienādojumu sistēmu, nosaka divus skaitļu pārus – 2 punkti.	$7^x = \frac{1}{(7^2)^{y+3}} \Rightarrow 7^x = 7^{-2(y+3)} \Rightarrow$ $7^x = 7^{-2y-6} \Rightarrow x = -2y - 6$ $(x - y)^2 = 3^2 \quad \text{un} \quad x - y \neq 0$ $\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 9 \\ x = -2y - 6 \end{cases}$ $(-2y - 6)^2 - 2y(-2y - 6) + y^2 = 9$ $4y^2 + 24y + 36 + 4y^2 + 12y + y^2 = 9$ $9y^2 + 36y + 27 = 0$ $y^2 + 4y + 3 = 0$ $\begin{cases} y = -1 \\ x = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -3 \\ x = 0 \end{cases}$
2.	4	Izdala polinomu ar binomu – 2 punkti. Nosaka integrāļa izteiksmi/ nointegrē polinomu – 2 punkti.	$(2x^3 + 3x^2 + x + 6) : (x + 2) = 2x^2 - x + 3$ $\begin{array}{r} (2x^3 + 3x^2 + x + 6) \\ -(2x^3 + 4x^2) \\ \hline x^2 + x \\ -(-x^2 - x) \\ \hline 3x + 6 \\ -(3x + 6) \\ \hline 0 \end{array}$ $\int (2x^2 - x + 3)dx = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + C$

3.	4	Pamato indukcijas bāzi – 1 punkts. Formulē induktīvo pāreju (uzraksta apgalvojumu, kurš tiek pieņemts par patiesu, un apgalvojumu, kura patiesums jāpierāda) – 1 punkts. Induktīvās pārejas pierādījumā izmanto induktīvo pieņēmumu – 1 punkts. Veic algebriskos pārveidojumus un pierāda dalāmību – 1 punkts.	Ja $n = 1$, tad $7^1 + 2^2 + 1 = 11 + 1 = 12$, kas dalās ar 3 $\Rightarrow$ apgalvojums ir patiess. Pieņem, ka apgalvojums ir patiess, ja $n = k$ jeb $7^k + 2^{2k} + 1$ dalās ar 3 visiem $k \in \mathbb{N}$. Jāpamato, ka apgalvojums ir patiess, kad $n = k + 1$. $7^{k+1} + 2^{2k+2} + 1 = 7 \cdot 7^k + 2^{2k} \cdot 2^2 + 1 =$ $= 7^k + 2^{2k} + 1 + 6 \cdot 7^k + 3 \cdot 2^k =$ $= \underbrace{7^k + 2^{2k} + 1}_{\text{dalās ar 3 pēc pieņēmuma}} + \underbrace{3 \cdot (2 \cdot 7^k + 2^{2k})}_{\text{dalās ar 3}}$ $\Rightarrow$ katrs saskaitāmais dalās ar 3, tad arī summa dalās ar 3. Tātad $7^n + 2^{2n} + 1$ dalās ar 3 visiem naturāliem n.
----	---	--	--

4.	4	Nosaka sakarību rādus garumiem – 1 punkts. Nosaka riņķu laukumus un kvocientu ģeometriskajai progresijai – 1 punkts. Aprēķina atbilstošās bezgalīgi dilstošās ģeometriskās progresijas visu locekļu (laukumu) summu – 1 punkts. Nosaka sešstūra laukumu un novērtē, vai sešstūra laukums ir 4 reizes mazāks nekā visu riņķu laukumu summa, – 1 punkts.	$\triangle AOB$ ir vienādmalu $\Rightarrow$ $OC = R_1 = a \cdot \sin 60^\circ$ $OC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $\triangle COD$ ir vienādmalu $\Rightarrow$ $OE = R_2 = R_1 \cdot \sin 60^\circ$ $OE = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a \cdot 3}{4}$ $R_3 = R_2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{4}$ utt. $S_1 = \pi \cdot R_1^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \pi = \frac{3}{4} a^2 \pi$ $S_2 = \pi \cdot R_2^2 = \left(\frac{a \cdot 3}{4}\right)^2 \cdot \pi = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} a^2 \pi$ $S_3 = \pi \cdot R_3^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{4}\right)^2 \cdot \pi = \frac{9}{16} \cdot \frac{3}{4} a^2 \pi$ utt. Veidojas ģeometriskā progresija ar kvocientu $q = \frac{3}{4}$ un $S_1 = \frac{3}{4} a^2 \pi$. Visu riņķu laukumu summu aprēķina pēc $S = \frac{b_1}{1-q}$, jo $q < 1$. $S = \frac{S_1}{1-q} = \frac{\frac{3}{4} a^2 \pi}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{3}{4} a^2 \pi}{\frac{1}{4}} = 3a^2 \pi$ $3a^2 \pi \stackrel{?}{=} 4 \cdot \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}$ $3\pi a^2 \neq 6a^2 \sqrt{3}$ legūto riņķu laukumu summa nav 4 reizes lielāka nekā dotā sešstūra laukums. 
----	---	--	--

5.	4	Uzraksta, cik partijas izspēlē vīrieši savā starpā, – 1 punkts. Uzraksta, cik partijas izspēlē vīrieši ar sievietēm – 1 punkts. Uzraksta vienādojumu ar vienu nezināmo vai sistēmu ar diviem nezināmiem, kas atbilst uzdevuma nosacījumiem, – 1 punkts. Atrisina vienādojumu un nosaka vīriešu skaitu – 1 punkts.	Turnīrā piedalās 2 sievietes un n vīrieši. Sievietes ar vīriešiem izspēlē $2 \cdot (2n) = 4n$ partijas. Vīrieši savā starpā izspēlē $2 \cdot C_n^2 = 2 \cdot \frac{n(n-1)}{2} = n(n-1)$ partijas. $4n + 50 = n(n-1)$ $n^2 - 5n - 50 = 0$ $n_1 = 10 \quad n_2 = -5$ –5 neder, jo dalībnieku skaits ir naturāls skaitlis. Turnīrā piedalījās 10 vīrieši.
----	---	---	--

6.	5	Izsaka vienu lielumu ar otru, lietojot diametra garumu, – 1 punkts. Uzraksta izteiksmi vai funkciju ar vienu mainīgo maksimālās nestspējas aprēķināšanai – 1 punkts. Atvasina funkciju un aprēķina kritiskos punktus – 1 punkts. Pamato, ka atbilstošajā kritiskajā punktā funkcijai/ izteiksmei ir maksimālā vērtība, – 1 punkts. Nosaka sijas platumu un augstumu – 1 punkts.	$a^2 + b^2 = 30^2$ $b^2 = 900 - a^2$ $ab^2 = a(900 - a^2) = 900a - a^3$ Definē funkciju $f(a) = 900a - a^3$, tās definīcijas kopa ir $\begin{cases} a > 0 \\ 900 - a^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow a \in (0; 30)$. Izteiksmei ab^2 būs lielākā vērtība vaļējā intervālā, ja funkcijai $f(a)$ šajā intervālā būs maksimuma punkts. $f'(a) = 900 - 3a^2 \Rightarrow 900 - 3a^2 = 0 \Rightarrow$ $a^2 = 300 \Rightarrow a = \pm 10\sqrt{3}$ $-10\sqrt{3}$ neder, jo sijas platums ir pozitīvs. $a = 10\sqrt{3}$   Funkcijai ir maksimums, kad sijas platums $a = 10\sqrt{3}$ cm un sijas augstums $b = \sqrt{900 - a^2} = \sqrt{900 - 300} = 10\sqrt{6}$ cm.
----	---	--	--