



Valsts izglītības attīstības aģentūra

Matemātikas valsts pārbaudes darbs augstākajā mācību satura apguves līmenī

• **Valsts pārbaudes darba paraugs**

2025

Saturs

Ievads	3
1. Valsts pārbaudes darba parauga uzdevumi	5
1.1. 1. daļa. Zināšanas, izpratne un prasmes	6
1.2. 2. daļa. Kompleksu problēmu risināšana	13
2. Vērtēšanas kritēriji	19
3. Valsts pārbaudes darba paraugā iekļauto uzdevumu raksturojums	23
4. Valsts pārbaudes darba paraugā iekļauto uzdevumu atrisinājumi	26

Ievads

Matemātikas augstākā līmeņa valsts pārbaudes darba (turpmāk – VPD) paraugs veidots atbilstoši pilnveidotajam mācību saturam un VPD programmai (saite) – 1. tabulā parādīts, kā VPD vērtēšanas saturu un uzbūvi ar punktu sadalījumu reprezentē VPD parauga uzdevumi. VPD pēc šī parauga būs, sākot ar 2025./2026. mācību gadu.

Raksturīgākās īpatnības VPD saturā un uzbūvē:

1. iekļauti uzdevumi, kuros skolēni skaidro jēdzienu un simbolu nozīmi;
2. VPD uzdevumos vērtē matemātikas valodas lietojumu, prasmes organizēt un skaidrot risinājumu;
3. iekļauti uzdevumi, kuru atrisināšanā svarīga prasmīga kalkulatora lietošana (zinātnisko kalkulatoru skolēni var izmantot visa darba izpildes laikā);
4. iekļauti uzdevumi, ar kuriem pārbauda prasmes darbā ar informāciju – to atrisināšanai līdztekus zināšanām un priekšmeta specifiskām prasmēm būtiska ir tekstpratība;
5. VPD ir divas daļas – katrā daļā ir uzdevumi gan par optimālā līmeņa saturu (Matemātika I), gan par augstākā līmeņa saturu (Matemātika II);
6. VPD 1. daļas vērtēšanas saturs ir zināšanas, izpratne un prasmes; uzdevumi šajā daļā strukturēti pēc satura un tematiski atbilst optimālā un augstākā līmeņa satura apvienojumam attiecīgajās tēmās.
7. VPD 2. daļas vērtēšanas saturs ir četras matemātikai tipiskas zināšanu, izpratnes un prasmju kombinācijas, kuru vērtēšana plānota katru gadu;
8. atsevišķu uzdevumu vērtēšanai izmanto snieguma līmeņu aprakstus.

VPD paraugu papildina vērtēšanas kritēriji, iekļauto uzdevumu raksturojums un atrisinājumi.

Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA

1. tabula. VPD vērtēšanas saturs un uzbūve

VPD daļa	SR grupa	Algebra	Analītiskā ģeometrija	Ģeometrija	Trigonometrija	Varbūtība, kombinatorika, statistika	Matemātiskās analīzes elementi	Īpatsvars (punkti)	
								Punkti paraugā	Punkti programmā
1. daļa	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	4	2	4	5	4	1	22	20 – 24
	Skaidro nozīmi, raksturo un pamato īpašības, saistību u.c.	2	0	0	0	0	0		
	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	9	5	8	3	6	9	40	37 – 41
	Lieto prasmes darbā ar informāciju.	0	0	0	0	1	2	3	2 – 6
2. daļa	Analizē, raksturo un veido matemātiskos modeļus.	0	0	0	6	0	5	11	4 – 12
	Pēta, formulē, vispārina un pamato sakarības.	4	0	0	0	0	0	4	4 – 12
	Pierāda vispārīgu apgalvojumu patiesumu.	0	5	0	0	0	0	5	4 – 12
	Lieto un veido matemātisko modeli situācijās ar praktisku un citu jomu kontekstu.	6	0	0	0	0	4	10	4 – 12
Satura moduļu īpatsvars VPD paraugā		25	12	12	14	11	21	95	95
Satura moduļu īpatsvars VPD programmā		21 – 31	3 – 13	4 – 14	8 – 18	8 – 18	21 – 31	95	

Pareizs matemātikas valodas lietojums un risinājuma organizēšana tiek vērtēta ar 5 punktiem.

1. Valsts pārbaudes darba parauga uzdevumi

Eksāmena veicamo uzdevumu skaits, iegūstamo punktu skaits un izpildes laiks.

Dala	Uzdevumu skaits	Punktu skaits	Laiks (min)
1. Zināšanas, izpratne un prasmes	30	65 + 5*	135
Starpbrīdis 30 minūtes			
2. Kompleksu problēmu risināšana	6	30	120

Visā eksāmena pārbaudes darba laikā atļauts izmantot pirms darba izpildes izsniegto formulu lapu, zinātnisko kalkulatoru, lineālu un cirkuli.

Atisinājumu teksta, t. sk. zīmējumu, veidošanai izmanto tikai tumši zilu vai melnu pildspalvu. Ar zīmuli rakstītais netiek vērtēts.

Atbilžu izvēles uzdevumos apvelc pareizai atbildei atbilstošo burtu. Katram atbilžu izvēles uzdevumam ir tikai viena pareizā atbilde.

Atbildi raksti uzdevumā paredzētajā vietā. Izvērsto atbilžu uzdevumos (vērtēti ar 2 un vairāk punktiem) raksti pilnu risinājumu tam paredzētajās vietās.

Raksti salasāmi.

Pie izglītojamajiem un personām, kuras piedalās Valsts pārbaudes darba nodrošināšanā, no brīža, kad viņiem ir pieejams pārbaudes darba materiāls, līdz darba norises beigām nedrīkst atrasties ierīces (planšetdators, piezīmjdators, telefons, viedpulkstenis u. c.), kuras nav paredzētas Valsts pārbaudes darbu norises darbību laikos.

*Ar piktogrammu  atzīmēti uzdevumi, kuros līdztekus risinājuma pareizībai vērtē korektu matemātikas valodas lietojumu, un ar piktogrammu  – uzdevumi, kuros līdztekus risinājuma pareizībai vērtē, kā organizēts risinājums, cik tas saprotams citam lasītājam (kopā 5 punkti).

Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA

1. daļa. Zināšanas, izpratne un prasmes

1. – 5. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt zināšanas, izpratni un prasmes algebrā

1. uzdevums (5 punkti)

Dots funkcijas $y = 2^{x+2} - 2$ grafiks (1. att.)

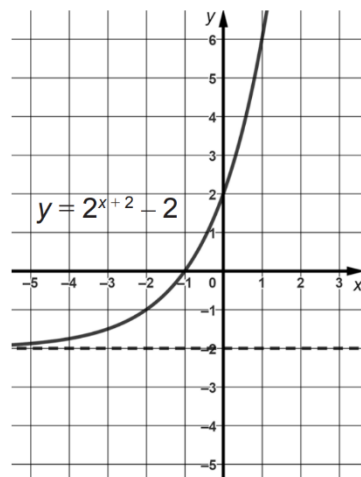
1.1. (1 punkts) Nosaki visas tās argumenta x vērtības, ar kurām dotās funkcijas vērtības ir pozitīvas.

Atbilde.

1.2. (1 punkts) Nosaki funkcijas pieaugumu, ja arguments x pieaug no -2 līdz 1 .

A 3 B 6 C 5 D 7

1.3. (2 punkti) Paskaidro, kā, izmantojot doto grafiku, var atrisināt vienādojumu $2^{x+2} - 2 = 5$. Vienādojuma sakne nav jānosaka.



1. att.

1.4. (1 punkts) Uzraksti dotās funkcijas horizontālās asimptotas vienādojumu.

Atbilde.



2. uzdevums (3 punkti)

Izdali daļas un iegūto daļu saīsi.

$$\frac{x^3 - 27}{3x - 9} : \frac{x^2 + 3x + 9}{x} =$$

3. uzdevums (1 punkts)

Skaitļu virkne $a_n = \frac{1000}{n}$ ir

- A augoša un ierobežota C dilstoša un ierobežota
B augoša un neierobežota D dilstoša un neierobežota

4. uzdevums (2 punkti)

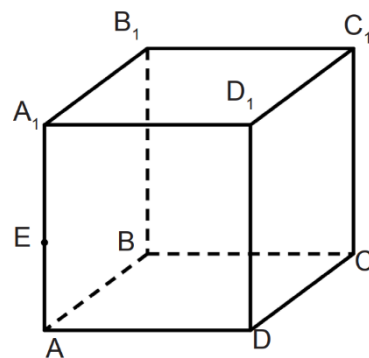
Dota funkcija $y = (x - 2)^7$. Uzraksti tās inverso funkciju formā $y = h(x)$.

12. uzdevums (2 punkti)

Dots kubs $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ un $E \in AA_1$ (5. att.).

12.1. (1 punkts) Konstruē (5. att.) punktu M , kurā taisne $B_1 E$ krusto plakni ABC .

12.2. (1 punkts) Konstruē (5. att.) kuba šķēlumu ar plakni $B_1 C E$.



5. att.

13. uzdevums (1 punkts)

Kurš no apgalvojumiem par taisnu prizmu ir patiess?

- A** Prizmā vienmēr var ievilkt lodi.
- B** Regulārā trijstūra prizmā vienmēr var ievilkt lodi.
- C** Prizmā var ievilkt lodi, ja prizmas augstums ir vienāds ar prizmas pamatā ievilktais riņķa līnijas diametru.
- D** Prizmā var ievilkt lodi, ja prizmas augstums ir vienāds ar prizmas pamatam apvilktās riņķa līnijas diametru.

14. – 17. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt savas zināšanas, izpratni un prasmes trigonometrijā

14. uzdevums (4 punkti)

Dota funkcija $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$, kur $D(f) = (-\infty; +\infty)$, un tās grafiks (6. att.).

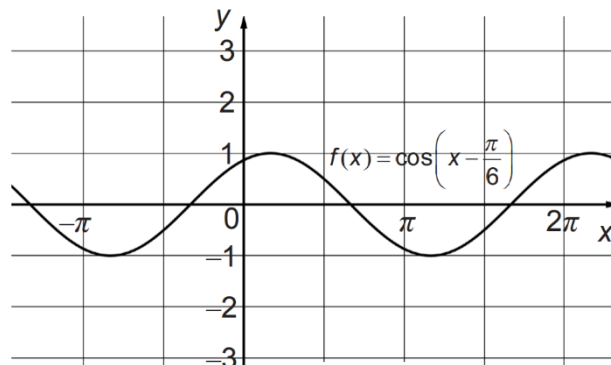
14.1. (1 punkts) Salīdzini $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ un $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ vērtības.

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

14.2. (1 punkts) Funkcijai $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ intervālā $[-\pi; 2\pi]$ ir _____ funkcijas nulles.

14.3. (1 punkts) Nosaki funkcijas f periodu.

$$T = \underline{\hspace{2cm}}$$



6. att.

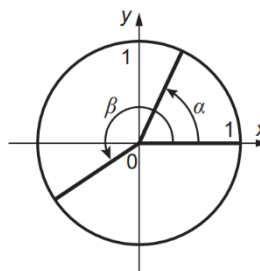
14.4. (1 punkts) Dotajā koordinātu plaknē uzzīmē funkcijas $g(x) = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ grafiku.

15. uzdevums (1 punkts)

Doti divi pagrieziena leņķi α un β (7. att.).

Salīdzini $\sin \alpha$ un $\sin \beta$ vērtības.

$$\sin \alpha \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \sin \beta$$



7. att.

**16. uzdevums** (2 punkti)

Vienkāršo izteiksmi.

$$2 \sin^2 \alpha + \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} =$$

17. uzdevums (1 punkts)Viena no vienādojuma $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ saknēm ir

A $x = \frac{2\pi}{3}$

B $x = \frac{\pi}{3}$

C $x = \frac{4\pi}{3}$

D $x = \frac{7\pi}{3}$

18. – 25. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt savas zināšanas, izpratni un prasmes kombinatorikā, varbūtību teorijā un statistikā**18. uzdevums** (2 punkti)Dotas kopas $A = \{2; 3; 4; 5\}$ un $B = \{1; 2; 3\}$.18.1. (1 punkts) Nosaki, cik elementu ir kopu A un B apvienojumā $A \cup B$.

Atbilde.

18.2. (1 punkts) Nosaki kopu A un B starpību $A \setminus B$

Atbilde.

19. uzdevums (1 punkts)

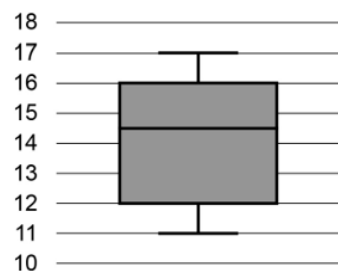
Dotajai kastu diagrammai (8. att.) atbilstošā datu kopa ir

A $\{11; 12; 14; 15; 16; 17\}$

B $\{9; 12; 14; 14; 17; 17\}$

C $\{11; 11; 13; 15; 17; 17\}$

D $\{11; 12; 13; 14; 15; 16\}$



8. att.

20. uzdevums (1 punkts)

Maisā ir 1 balta un 3 melnas bumbas. No tā izvelk vienu bumbu. Neiespējams notikums ir

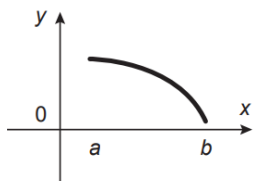
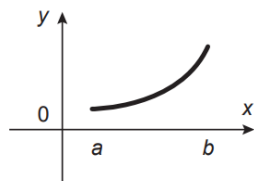
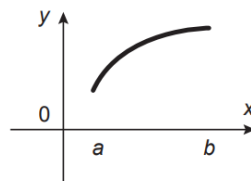
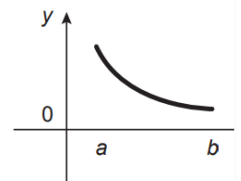
A izvilktā bumba ir melna**B** maisā palikušās bumbas ir vienādā krāsā**C** izvilktā bumba ir balta**D** maisā nepaliek neviena melna bumba**21. uzdevums** (1 punkts)Vienkāršo izteiksmi $C_n^{20} + C_n^{21}$, kur $n \geq 21$.

$$C_n^{20} + C_n^{21} =$$

**27. uzdevums** (3 punkti)

Nosaki nenoteiktības veidu un aprēķini robežu.

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x - 6}{2x^2 - 18} =$$

28. uzdevums (2 punkti)Atvasini funkciju $g(x) = \ln(3x - 6)$.**29. uzdevums** (1 punkts)Kurš grafiks atbilst funkcijai $y = f(x)$, ja zināms, ka $f'(x) > 0$, $f''(x) < 0$ un $x \in (a; b)$?**A****B****C****D****30. uzdevums** (4 punkti)

Aprēķini nenoteikto integrāli.

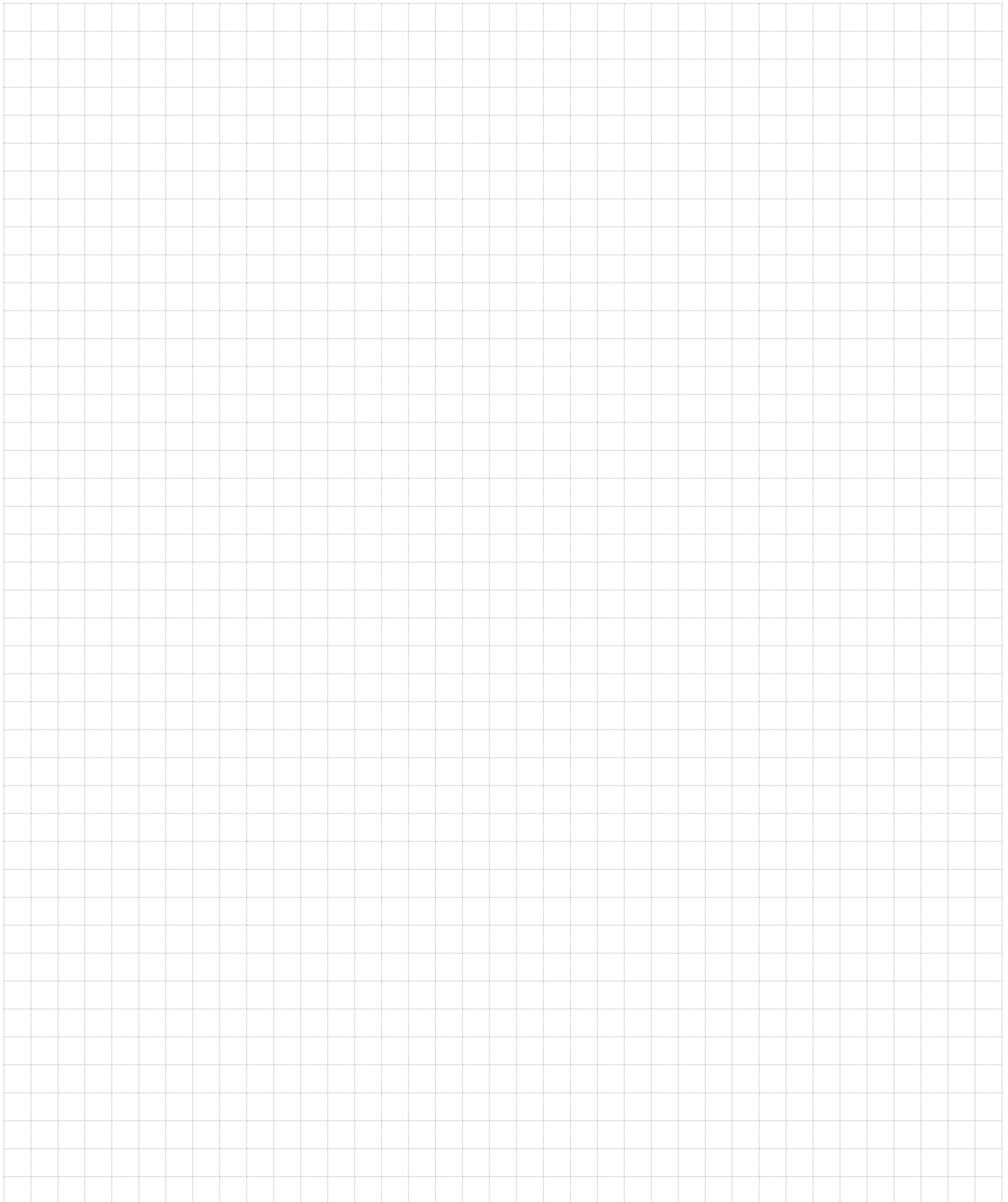
$$\int \left(\frac{1}{x-5} + \sin 2x \right) dx =$$

2. daļa. Kompleksu problēmu risināšana

1. – 2. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt prasmes risināt un veidot matemātiskos modeļus

1. uzdevums (6 punkti)

Atrisini vienādojumu $(2 \sin^2 x - \sin x - 1)(\operatorname{tg} x - 1) = 0$.

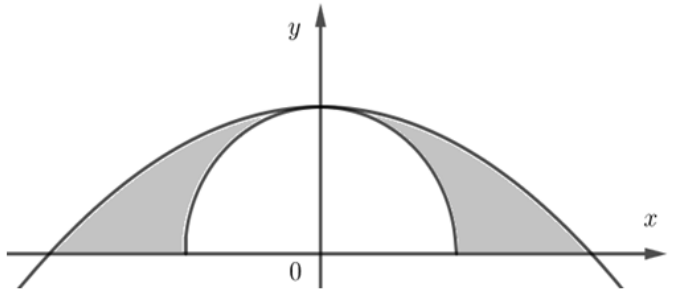


Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA

2. uzdevums (5 punkti)

Dotas funkcijas $f(x) = 1 - \frac{x^2}{4}$ un $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ (1. att.). Zināms, ka $g(x) \leq f(x)$, ja $x \in [-1; 1]$.

Aprēķini figūras, kuru ierobežo x ass un funkciju $y = f(x)$ un $y = g(x)$ grafiki, laukumu.



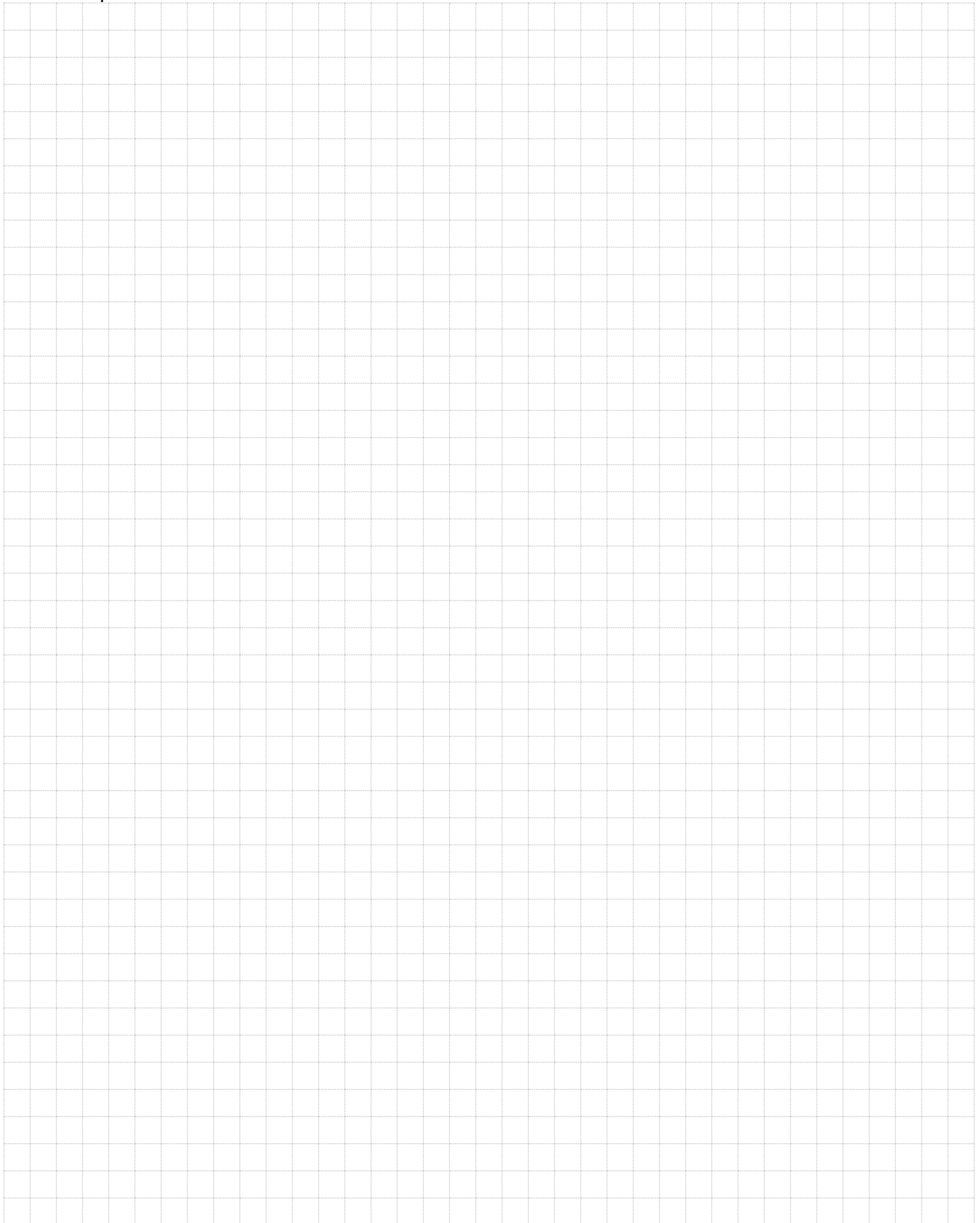
1. att.

3. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt pierādīšanas prasmes

3. uzdevums (5 punkti)

Telpā doti četri punkti $A(-1; -3; 2)$, $B(1; 0; 8)$, $C(-2; 6; 6)$, $D(-4; 3; 0)$.

Nosaki un pamato četrstūra $ABCD$ veidu.

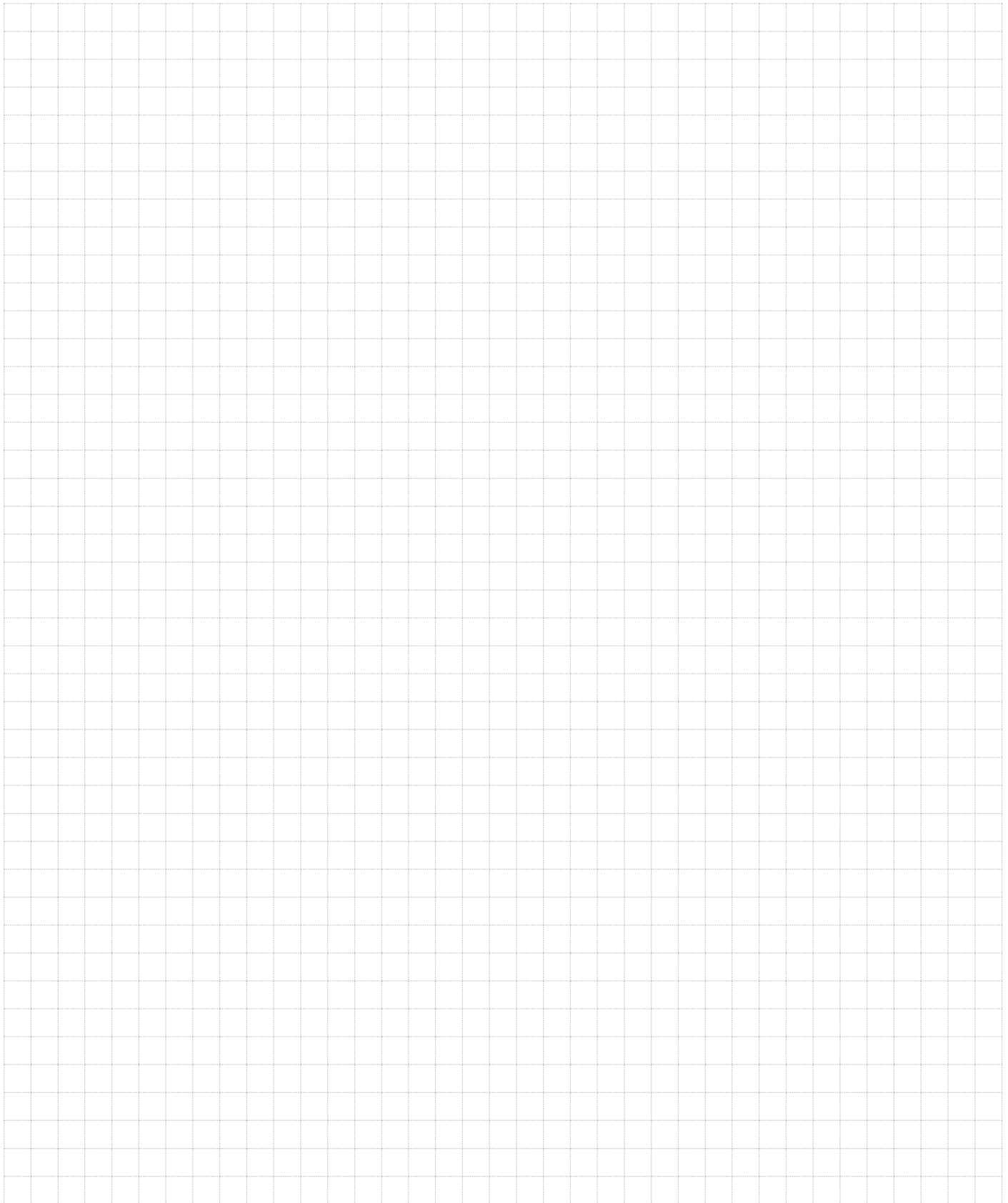


Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA

4. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt prasmi formulēt, vispārināt un pamatot sakarības

4. uzdevums (4 punkti)

Kvadrātā, kura malas garums ir a , ievēl riņķi. Iegūtajā riņķī ievēl otro kvadrātu. Iegūtajā kvadrātā ievēl riņķi. Iegūtajā riņķī ievēl trešo kvadrātu utt. – pārmaiņus kvadrātā ievēl riņķi, bet riņķī – kvadrātu. Aprēķini malas garumu a) otrajam kvadrātam, b) desmitajam kvadrātam, c) n -tajam kvadrātam.

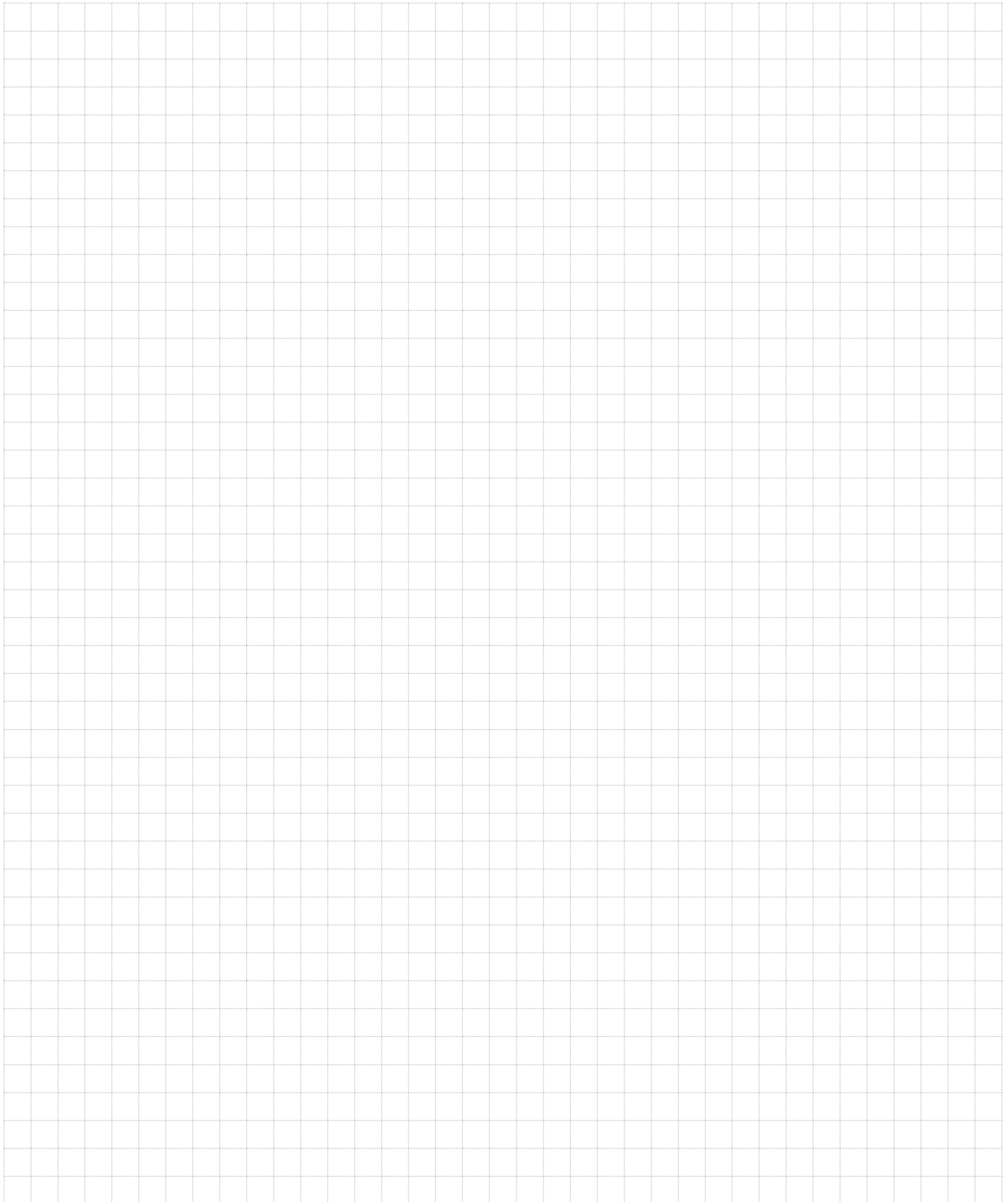


Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA

5. – 6. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt matemātikas lietojumu praktiskā vai citu jomu kontekstā

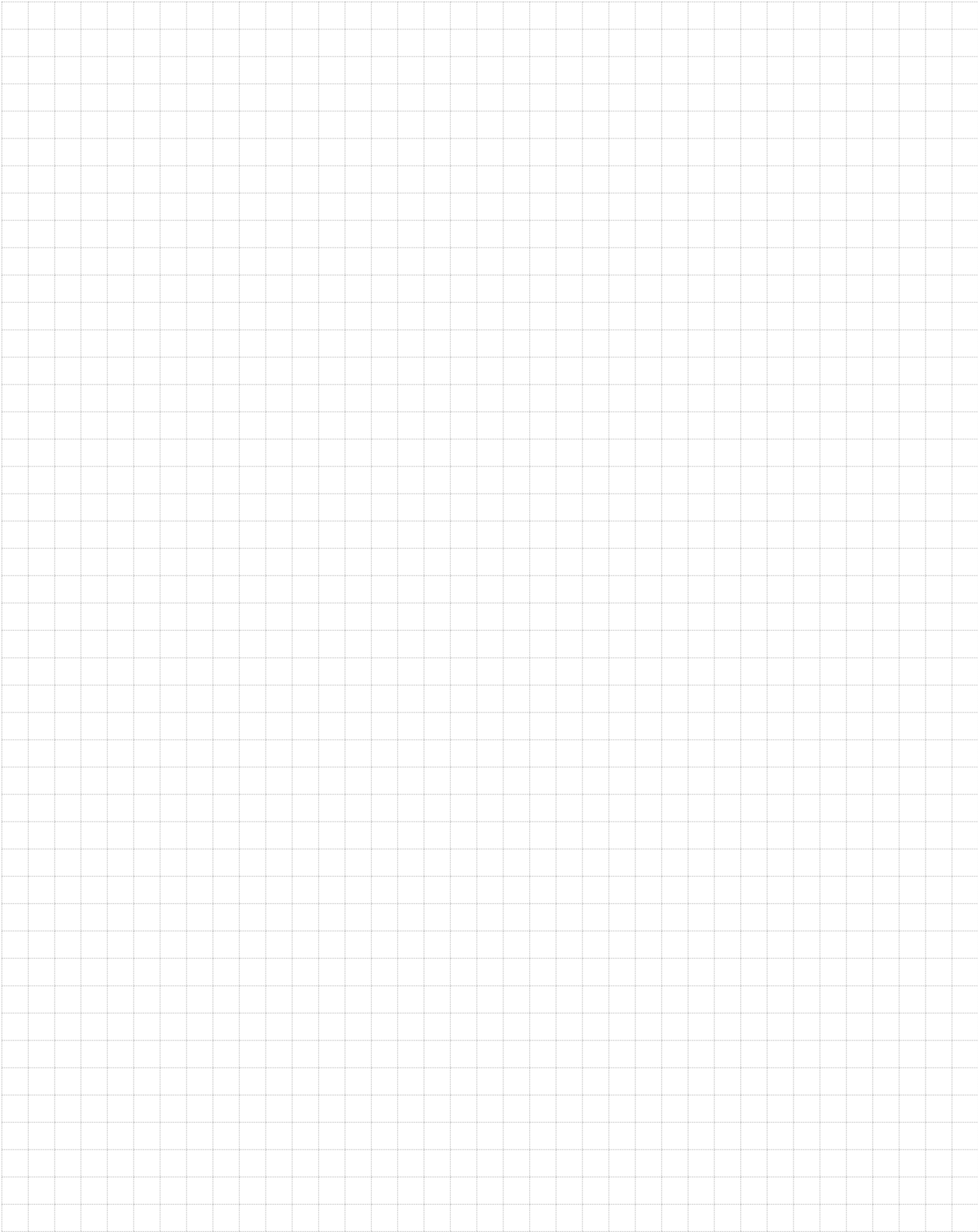
5. uzdevums (6 punkti)

Attālums starp Rīgu un Saldu ir 120 km. No šīm pilsētām vienlaikus viens otram pretī izbrauca divi motociklisti. Pēc 1 stundas attālums starp viņiem bija 20 km un viņi jau bija pabraukuši viens otram garām. Motociklists, kurš izbrauca no Rīgas, nonāca Saldū par 30 minūtēm ātrāk nekā otrs motociklists nonāca Rīgā. Aprēķini abu motociklistu ātrumus.



6. uzdevums (4 punkti)

Slēgtas cilindriskas tvertnes augstumu H un pamata rādiusu R saista sakarība $H = \frac{1-R^2}{R}$, kur abi lielumi doti metros. Aprēķini tvertnes pamata rādiusu, ja zināms, ka tās tilpums ir vislielākais iespējamais.



2. Vērtēšanas kritēriji

Skolēna sniegumu vērtē, izmantojot vērtēšanas shēmu (katram punktam aprakstot konkrētu darbību un rezultātu) un snieguma līmeņu aprakstus (skolēna sniegums tiek aprakstīts dažādās kvalitātes gradācijās). Tabulā ir apkopotas vērtēšanas shēmas.

1. daļa. Zināšanas, izpratne un prasmes

Uzd.	Novērtējums (punkti)	Vērtēšanas kritērijs, snieguma apraksts
1.1.	1	Nosaka argumenta vērtības, ar kurām funkcijas vērtība ir pozitīva, – 1 punkts.
1.2.	1	Nosaka funkcijas pieaugumu – 1 punkts.
1.3.	2	Skaidro, ka jāzīmē taisne $y = 5$, lai atrastu punktu uz dotā grafika, kuram ordinātas (jeb y) vērtība ir 5, vai skaidro, ka uz funkcijas grafika jāatrod punkts, kura ordināta (jeb y) vērtība ir 5, – 1 punkts. Uzraksta, ka atbilstošā punkta abscisas (jeb x) vērtība ir vienādojuma atrisinājums, – 1 punkts.
1.4.	1	Uzraksta funkcijas horizontālās asimptotas vienādojumu – 1 punkts.
2.	3 	Dalījumu pieraksta kā daļu reizinājumu (apliecina zināšanas par to, ko nozīmē dalīt ar daļu) – 1 punkts. Kubu starpību sadala reizinātājos un saīsina daļu – 1 punkts. Sadala reizinātājos binomu, saīsina daļu un pieraksta atbildi – 1 punkts. <i>Korekti lieto vienādības zīmi, reizināšanas un dalīšanas zīmes, iekavas.</i>
3.	1	Nosaka virknes īpašības – 1 punkts.
4.	2	Iegūst inversās funkcijas izteiksmi formā $x = g(y)$ – 1 punkts. Izsaka inversās funkcijas izteiksmi formā $y = h(x)$ – 1 punkts.
5.	4  	Lieto logaritma definīciju / izsaka skaitli kā logaritmu – 1 punkts. Pāriet uz algebrisku nevienādību, ievērojot tās zīmi, – 1 punkts. Nosaka mainīgā pieļaujamās vērtības – 1 punkts. Atrisina nevienādību sistēmu vai divkāršo nevienādību un pieraksta atbildi, ievērojot pieļaujamās vērtības, – 1 punkts <i>Korekts atbildes pieraksts, kāpinot daļu, lieto iekavas.</i> <i>Soļu/darbību secība un saistība ir viennozīmīgi saprotama.</i>
6.	2	Aprēķina rādiusa garumu – 1 punkts. Uzraksta riņķa līnijas, kuras rādiuss ir $\sqrt{10}$ un centrs punktā $A(-2; 1)$, vienādojumu, – 1 punkts.
7.	3 	Aprēķina vektoru skalāro reizinājumu – 1 punkts. Aprēķina vektoru moduļus – 1 punkts. Aprēķina leņķa kosinusu un leņķi – 1 punkts. <i>Strukturē risinājumu; parāda, kas katrā solī tiek aprēķināts.</i>

Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA

8.	2 	<u>Vērtē, izmantojot snieguma līmeņa aprakstu.</u> Pareizi izsaka prasīto vektoru ar dotajiem vektoriem – 2 punkti. Uzsāk atbilstoši, veic daļēji vai kādā solī kļūdās – 1 punkts <i>Atbilde uzrakstīta nepārprotami, lietojot vektoriem atbilstošos apzīmējumus.</i>
9.1.	1	Nosaka taisni, kas ir šķērsa taisnei MB , – 1 punkts.
9.2.	1	Nosaka taisni, kas rodas šķēļoties plaknēm ABC un BSC , 1 punkts.
9.3.	1	Iezīmē leņķi α , kas ir leņķis starp sānu skaldni ABS un pamata plakni AB , – 1 punkts.
10.	3 	Lietojot Pitagora teorēmu, aprēķina hipotenūzas garumu – 1 punkts. Aprēķina trijstūra laukumu un perimetru – 1 punkts. Lietojot formulu $S = pr$, aprēķina trijstūrī ievilktais riņķa līnijas rādiusu – 1 punkts. <u>vai</u> Lietojot Pitagora teorēmu, aprēķina hipotenūzas garumu – 1 punkts. Lieto sakarību starp taisnleņķa trijstūra malām un trijstūrī ievilktais riņķa līnijas rādiusu $r = \frac{a+b-c}{2}$ un aprēķina rādiusu – 2 punkti. <i>Strukturē risinājumu; parāda, kas katrā solī tiek aprēķināts.</i>
11.	3 	Ievieš mainīgo un iegūst kvadrātvienādojumu, lietojot hordu īpašību, – 1 punkts. Atrisina kvadrātvienādojumu – 1 punkts. Ievēro nosacījumu $CP < PD$ un uzraksta atbildi – 1 punkts. <i>Soļu/darbību secība un saistība ir viennozīmīgi saprotama, lieto saprotamus apzīmējumus.</i>
12.1.	1	Konstruē punktu M kā taisņu BA un B_1E krustpunktu – 1 punkts.
12.2.	1	Konstruē kuba šķēlumu ar plakni B_1CE – 1 punkts.
13.	1	Nosaka patieso apgalvojumu par ģeometrisku ķermeņu kombināciju – 1 punkts.
14.1.	1	Salīdzina kosinusa funkcijas vērtības – 1 punkts.
14.2.	1	Nosaka funkciju nulļu skaitu dotajā intervālā – 1 punkts.
14.3.	1	Nosaka kosinusa funkcijas periodu; uzraksta atbildi – 1 punkts.
14.4.	1	Uzzīmē funkcijas grafiku dotajā koordinātu plaknē, ievērojot amplitūdu un saglabājot nemainīgus grafika krustpunktus ar x asi, – 1 punkts.
15.	1	Salīdzina pagrieziena leņķu sinusa vērtības, izmantojot vienības riņķi, – 1 punkts.
16.	2 	Saucēju pārveido par $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$ – 1 punkts. Lieto trigonometrijas pamatidentitāti un uzraksta atbildi – 1 punkts. <i>Soļu/darbību secība un saistība ir viennozīmīgi saprotama.</i>
17.	1	Nosaka vienu no trigonometriskā vienādojuma saknēm – 1 punkts.

Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA

18.1.	1	Nosaka kopu A un B apvienojuma $A \cup B$ elementu skaitu – 1 punkts.
18.2.	1 	Nosaka kopu A un B starpību $A \setminus B$ – 1 punkts. <i>Iegūto rezultātu pieraksta, lietojot figūriekavas; kopas elementus atdala ar semikolu.</i>
19.	1	Nosaka dotai kastu diagrammai atbilstošo datu kopu – 1 punkts.
20.	1	Nosaka neiespējamu notikumu – 1 punkts.
21.	1	Lieto kombināciju skaita īpašību – 1 punkts.
22.	1	Uzraksta izteiksmi kā binoma pakāpi – 1 punkts.
23.	1	Lieto divu standartnoviržu likumu – 1 punkts.
24.	1	Lieto sakarību diskrēta gadījuma lieluma sagaidāmās vērtības aprēķināšanai $E(X) = \sum_{i=1}^3 x_i p_i$ un aprēķina tās vērtību – 1 punkts.
25.	3 	Pirmās algebriskās daļas skaitītājā lieto saīsinātās reizināšanas formulu, skaitītāju sadala reizinātājos – 1 punkts. Saīsina pirmo algebrisko daļu, lietojot faktoriāla definīciju, – 1 punkts. Saskaita daļas un saīsina iegūto summu – 1 punkts. <u>vai</u> Paplašina otru algebrisko daļu, lai vienādotu saucējus, – 1 punkts. Saskaita daļas, sadala reizinātājos summas skaitītāju – 1 punkts. Saīsina iegūto algebrisko daļu – 1 punkts. <i>Strukturē risinājumu; parāda, kas katrā solī tiek aprēķināts.</i>
26.1.	1	No grafika nosaka funkcijas robežu, ja x tiecas uz $+\infty$, – 1 punkts.
26.2.	1	No grafika nosaka vienpusējo robežu – 1 punkts.
27.	3 	Nosaka nenoteiktības veidu, skaidri to identificē pierakstā – 1 punkts. Sadala skaitītāja un saucēja izteiksmi reizinātājos (demonstrē zināšanas par metodi nenoteiktības novēršanai) – 1 punkts. Aprēķina robežu – 1 punkts. <i>Korekti lieto robežas simbolisko pierakstu (t. i., tik ilgi, kamēr izteiksme satur mainīgo); nenoteiktību pieraksta ar pieņemtajiem apzīmējumiem; atbilde ir skaitlis.</i>
28.	2	Nosaka ārējās funkcijas atvasinājumu – 1 punkts. Iegūto ārējās funkcijas atvasinājumu reizina ar iekšējās funkcijas atvasinājumu – 1 punkts.
29.	1	Nosaka nosacījumiem atbilstošo grafiku – 1 punkts.
30.	4 	Pārveido doto integrāli par divu integrāļu summu – 1 punkts. Lieto diferenciāļa īpašību $d(x + C) = dx$, lai nointegrētu pirmo saskaitāmo, – 1 punkts. Lieto diferenciāļa īpašību $d(2x) = 2dx$ vai demonstrē izpratni par substitūcijas metodi – 1 punkts Integrē izteiksmi $\frac{1}{2} \sin(2x)$ – 1 punkts <i>Lieto simbolu dx katram integrālim, atbildē pieraksta konstanti C.</i>

2. daļa. Kompleksu problēmu risināšana

Uzd.	Novērtējums (punkti)	Vērtēšanas kritērijs, snieguma apraksts
1.	6	Atrisina trigonometrisko pamatvienādojumu attiecībā pret tangensu – 1 punkts. Lieto substitūcijas paņēmieni (definē mainīgo, uzraksta vienādojumu ar jaunu mainīgo) vai demonstrē izpratni par kvadrātvienādojumu attiecībā pret $\sin x$, neieviešot jaunu mainīgo, vai sadala izteiksmi reizinātājos – 1 punkts. Atrisina kvadrātvienādojumu (ja sadalīja kvadrātrinomu reizinātājos, tad reizinājuma vienādību ar 0) – 1 punkts. Atrisina trigonometriskos pamatvienādojumus attiecībā pret sinusu – 2 punkti. Nosaka vienādojuma pieļaujamo vērtību kopu un to ievēro, uzrakstot atbildi, – 1 punkts.
2.	5	Lieto līklīnijas trapeces laukuma aprēķināšanas formulu, lai uzrakstītu parabolas un x ass ierobežotā laukuma izteiksmi, – 1 punkts. Nosaka $y = f(x)$ primitīvo funkciju – 1 punkts. Lieto Ņūtona–Leibnisa formulu – 1 punkts. Pamato, ka funkcija $y = g(x)$ definē pusriņķa līniju, – 1 punkts. Aprēķina pusriņķa laukumu un iekrāsotās figūras laukumu – 1 punkts.
3.	5	Nosaka vektoru koordinātas un risinājuma gaitā pamato, ka dotie četri punkti neatrodas uz vienas taisnes, bet tie atrodas vienā plaknē, – 1 punkts. Ar vienādu vektoru īpašībām pamato, ka četrstūra pretējās malas ir vienāda garuma un paralēlas, – 1 punkts. Aprēķina četrstūra blakus esošo malu garumus un secina, ka četrstūris ir rombs, – 1 punkts. Aprēķina uz četrstūra blakus malām esošo vektoru skalāro reizinājumu – 1 punkts. Secina, ka šie vektori veido 90° leņķi un ka četrstūris ir kvadrāts, – 1 punkts.
4.	4	Aprēķina malas garumu otrajam kvadrātam – 1 punkts. Formulē likumsakarību kvadrātu malas garumu virknē, piemēram, nosaka kvocientu, – 1 punkts. Aprēķina malas garumu desmitajam kvadrātam – 1 punkts. Izsaka malas garumu n-tajam kvadrātam – 1 punkts.
5.	6	Izvēlas mainīgo lielumu un to lieto, lai aprakstītu abu motociklistu visus raksturīgos lielumus (ātrumu, laiku), – 1 punkts. Izveido situācijai atbilstošu vienādojumu – 1 punkts. Veic pārveidojumus un pāriet uz kvadrātvienādojumu – 2 punkti. Iegūst kvadrātvienādojuma saknes un ievēro to atbilstību uzdevuma nosacījumiem – 2 punkti.
6.	4	Uzraksta izteiksmi vai funkciju ar vienu mainīgo (R) cilindra tilpuma aprēķināšanai – 1 punkts. Nosaka funkcijas $V(R)$ atvasinājumu – 1 punkts. Nosaka funkcijas kritiskos punktus – 1 punkts. Pamato, ka atbilstošajā kritiskajā punktā funkcijai/ izteiksmei ir maksimālā vērtība, – 1 punkts.

3. Valsts pārbaudes darba paraugā iekļauto uzdevumu raksturojums

Uzd.	Sasniedzamais rezultāts	Standarta SR kods	SR grupa	Satura modulis	Izziņas darbības līmenis (SOLO)
1. daļa					
1.1.	Nosaka funkcijas vienādu zīmju intervālus.	M.O.4.2.5.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Algebra	II
1.2.	Nosaka funkcijas pieaugumu.	M.O.4.2.5.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Algebra	II
1.3.	Skaidro vienādojuma atrisināšanas gaitu.	M.O.4.5.5.	Skaidro nozīmi, raksturo un pamato īpašības, saistību u.c.	Algebra	II
1.4.	Uzraksta funkcijas asimptotas vienādojumu.	M.A.4.2.4.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Algebra	II
2.	Veic darbības ar algebriskām daļām.	M.O.4.4.4.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Algebra	II
3.	Nosaka virknes īpašības.	M.A.4.2.1.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Algebra	II
4.	Nosaka dotas funkcijas inverso funkciju.	M.A.4.2.2	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Algebra	II
5.	Atrisina logaritmisko nevienādību.	M.A.4.5.1.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Algebra	II
6.	Uzraksta riņķa līnijas vienādojumu.	M.O.6.2.7.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Analītiskā ģeometrija	II
7.	Aprēķina leņķi starp vektoriem.	M.A.6.2.2.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Analītiskā ģeometrija	II
8.	Izsaka vektoru kā trīs nekomplanāru vektoru kombināciju.	M.A.6.2.1.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Analītiskā ģeometrija	II
9.1.	Nosaka šķērsas taisnes.	M.O.6.3.1.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Ģeometrija	I
9.2.	Nosaka divām plaknēm kopīgo taisni.	M.O.6.3.1.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Ģeometrija	I
9.3.	Nosaka divplakņu kakta leņķi.	M.O.6.3.1.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Ģeometrija	II
10.	Aprēķina trijstūrī ievilktais riņķa līnijas rādiusu.	M.A.6.1.1.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Ģeometrija	II
11.	Lieto krustisko hordu īpašību un aprēķina nogriežņa garumu.	M.A.6.1.1.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Ģeometrija	II

Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA

12.1.	Konstruē punktu atbilstoši nosacījumiem.	M.A.6.3.3.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Ģeometrija	II
12.2.	Konstruē kuba šķēlumu ar plakni.	M.A.6.3.3.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Ģeometrija	II
13.	Pamato telpisku ķermeņu kombinācijas eksistenci.	M.A.6.3.7.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Ģeometrija	II
14.1.	Salīdzina funkcijas vērtības dažādiem argumentiem.	M.O.4.2.5.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Trigonometrija	II
14.2.	Nosaka funkcijas nulles.	M.O.4.2.5.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Trigonometrija	I
14.3.	Nosaka funkcijas periodu.	M.O.4.2.5.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Trigonometrija	I
14.4.	Uzzīmē funkcijas grafiku.	M.O.4.2.4.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Trigonometrija	II
15.	Salīdzina pagrieziena leņķu sinusa vērtības, izmantojot vienības riņķi.	M.O.3.2.2.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Trigonometrija	II
16.	Vienkāršo trigonometrisko izteiksmi.	M.A.4.4.6.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Trigonometrija	II
17.	Nosaka trigonometriskā vienādojuma sakni.	M.A.4.5.2.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Trigonometrija	I
18.1.	Nosaka kopu apvienojumu.	M.O.5.1.3.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Kombinatorika, varbūtības un statistika	I
18.2.	Nosaka kopu starpību.	M.O.5.1.3.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Kombinatorika, varbūtības un statistika	II
19.	Nosaka kastu diagrammai atbilstošo datu kopu.	M.O.5.3.3.	Lieto prasmes darbā ar informāciju.	Kombinatorika, varbūtības un statistika	II
20.	Nosaka neiespējamo notikumu.	M.O.5.2.1.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Kombinatorika, varbūtības un statistika	I
21.	Lieto kombināciju skaita īpašības.	M.A.5.1.1.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Kombinatorika, varbūtības un statistika	II
22.	Uzraksta izteiksmi kā binoma pakāpi.	M.A.5.1.2.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Kombinatorika, varbūtības un statistika	II
23.	Lieto trīs standartnoviržu likumu datu raksturošanai	M.A.5.3.1.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Kombinatorika, varbūtības un statistika	II
24.	Aprēķina mainīgā lieluma sagaidāmo vērtību.	M.A.5.2.3.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Kombinatorika, varbūtības un statistika	I
25.	Identiski pārveido izteiksmes, kas satur faktoriālu.	M.A.5.1.3.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Kombinatorika, varbūtības un statistika	II

Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA

26.1.	Nosaka funkcijas robežu.	M.A.4.3.1.	Lieto prasmes darbā ar informāciju.	Matemātiskās analīzes elementi	I
26.2.	Nosaka funkcijas vienkopusējo robežu.	M.A.4.3.1.	Lieto prasmes darbā ar informāciju.	Matemātiskās analīzes elementi	I
27.	Aprēķina robežu.	M.A.4.3.1.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Matemātiskās analīzes elementi	II
28.	Atvasina saliktu funkciju.	M.A.4.3.3.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Matemātiskās analīzes elementi	II
29.	Nosaka funkcijas monotonitāti, grafika izliekumu un ieliekumu, izmantojot atvasinājumu.	M.A.4.3.4.	Atpazīst, atceras matemātiskos objektus, to attēlojumu, īpašības u.c.	Matemātiskās analīzes elementi	II
30.	Aprēķina nenoteikto integrāli.	M.A.4.3.6.	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes un algoritmus.	Matemātiskās analīzes elementi	II
2. daļa					
1.	Atrīsina trigonometrisko vienādojumu.	M.A.4.5.2.	Analizē, raksturo un veido matemātiskos modeļus.	Trigonometrija	III
2.	Aprēķina figūras laukumu, izmantojot noteikto integrāli.	M.A.4.3.7.	Analizē, raksturo un veido matemātiskos modeļus.	Matemātiskās analīzes elementi	IV
3.	Nosaka un pamato četrstūra veidu.	M.A.6.1.1. M.A.6.2.2.	Pierāda vispārīgu apgalvojumu patiesumu.	Analītiskā ģeometrija	III
4.	Vispārina un pamato sakarības un aprēķina malas garumu n-tai figūrai.	M.A.4.1.1.	Pēta, formulē, vispārina un pamato sakarības.	Algebra	III
5.	Algebriski modelē situāciju, atrīsina teksta uzdevumu par kustību.	M.O.4.5.7.	Lieto un veido matemātisko modeli situācijās ar praktisku un citu jomu kontekstu.	Algebra	III
6.	Lieto funkcijas atvasinājumu, nosakot funkcijas vislielāko vērtību.	M.A.4.3.5.	Lieto un veido matemātisko modeli situācijās ar praktisku un citu jomu kontekstu.	Matemātiskās analīzes elementi	III

4. Valsts pārbaudes darba paraugā iekļauto uzdevumu atrisinājumi**1. daļa****1. – 5. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt zināšanas, izpratni un prasmes algebrā****1. uzdevums (5 punkti)**

Dots funkcijas $y = 2^{x+2} - 2$ grafiks (1. att.)

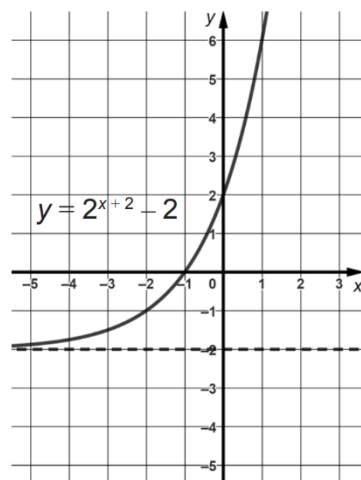
1.1. (1 punkts) Nosaki visas tās argumenta x vērtības, ar kurām dotās funkcijas vērtības ir pozitīvas.

Atbilde. $x \in (-1; +\infty)$

1.2. (1 punkts) Nosaki funkcijas pieaugumu, ja arguments x pieaug no -2 līdz 1 .

A 3 B 6 C 5 **D 7**

1.3. (2 punkti) Paskaidro, kā, izmantojot doto grafiku, var atrisināt vienādojumu $2^{x+2} - 2 = 5$. Vienādojuma sakne nav jānosaka.



1. att.

Uz grafika atrod punktu, kura ordināta ir 5.

Nosaka šī punkta abscisu, kas ir dotā vienādojuma sakne.

1.4. (1 punkts) Uzraksti dotās funkcijas horizontālās asimptotas vienādojumu.

Atbilde. $y = -2$

**2. uzdevums (3 punkti)**

Izdali daļas un iegūto daļu saīsini.

$$\frac{x^3 - 27}{3x - 9} : \frac{x^2 + 3x + 9}{x} = \frac{(x^3 - 27) \cdot x}{(3x - 9)(x^2 + 3x + 9)} = \frac{(x - 3)(x^2 + 3x + 9) \cdot x}{3(x - 3)(x^2 + 3x + 9)} = \frac{x}{3}$$

3. uzdevums (1 punkts)

Skaitļu virkne $a_n = \frac{1000}{n}$ ir

A augoša un ierobežota **C** dilstoša un ierobežota
B augoša un neierobežota D dilstoša un neierobežota

4. uzdevums (2 punkti)

Dota funkcija $y = (x - 2)^7$. Uzraksti tās inverso funkciju formā $y = h(x)$.

$$x - 2 = \sqrt[7]{y} \Rightarrow x = \sqrt[7]{y} + 2$$

Inversā funkcija $y = \sqrt[7]{x} + 2$



5. uzdevums (4 punkti)



Atrisini nevienādību $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) \geq -3$ un atbilde pieraksti kā skaitļu intervālu.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) \geq \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

$$x - 1 \leq 8$$

$$x \leq 9$$

Definīcijas kopa $x > 1$

Atbilde. $x \in (1; 9]$

6. – 8. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt savas zināšanas, izpratni un prasmes analītiskajā ģeometrijā

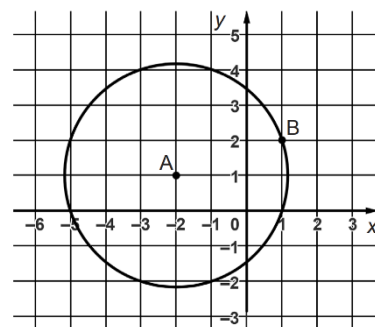
6. uzdevums (2 punkti)

Dota riņķa līnija (2. att.) ar centru punktā $A(-2; 1)$. Punkts $B(1; 2)$ atrodas uz šīs riņķa līnijas. Uzraksti dotās riņķa līnijas vienādojumu.

$$R = |\overline{AB}| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

Riņķa līnijas vienādojums

$$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 10$$



2. att.



7. uzdevums (3 punkti)

Aprēķini leņķi starp vektoriem $\vec{a} = (-2; 4)$ un $\vec{b} = (3; -1)$.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -2 \cdot 3 + 4 \cdot (-1) = -10$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{20}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-10}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{10}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = 135^\circ$$

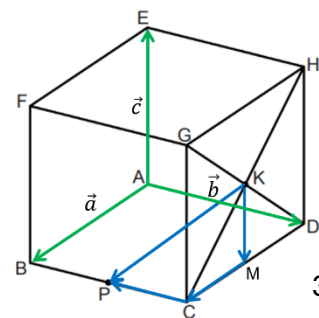
Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA



8. uzdevums (2 punkti)

Dots kubs $ABCDEFGH$ (3. att.). Punkts K ir skaldnes $CDHG$ diagonāļu krustpunkts, bet P – šķautnes BC viduspunkts.

Ar vektoriem $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ un $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$ izsaki vektoru $\overrightarrow{KP}$.



3. att.

$$\overrightarrow{KP} = \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CP} = -\frac{1}{2}\vec{c} + -\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$$

9. – 13. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt savas zināšanas, izpratni un prasmes ģeometrijā

9. uzdevums (3 punkti)

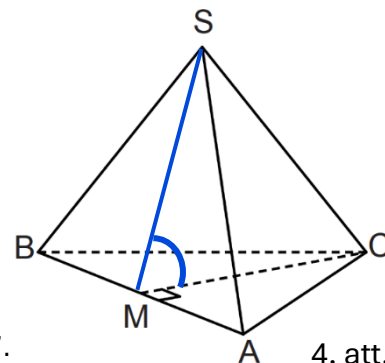
Dota regulāra trijstūra piramīda $SABC$ (4. att.).

9.1. (1 punkts) Nosaki taisni, kura ir šķērsa taisnei MB .

A SA B CB C CM **D SC**

9.2. (1 punkts) Plaknes ABC un BSC šķēļas pa taisni BC .

9.3. (1 punkts) Piramīdas visas šķautnes ir vienādas. Papildini attēlu, iezīmējot leņķi α , kas ir leņķis starp sānu skaldni ABS un pamata plakni ABC .



4. att.



10. uzdevums (3 punkti)

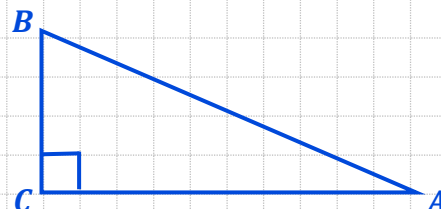
Aprēķini taisnleņķa trijstūrī ievilktais riņķa līnijas rādiusu, ja katešu garumi ir 10 cm un 24 cm.

1) $\triangle BCA$ $AB = \sqrt{10^2 + 24^2} = \sqrt{676} = 26 \text{ cm}$

2) $p = \frac{BC+AC+AB}{2} = \frac{10+24+26}{2} = 30 \text{ cm}$

3) $S_{ABC} = \frac{BC \cdot AC}{2} = \frac{10 \cdot 24}{2} = 120 \text{ cm}^2$

4) $r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{120}{30} = 4 \text{ cm}$



11. uzdevums (3 punkti)

Riņķa līnijas hordas AB un CD krustojas punktā P ($CP < PD$). Aprēķini nogriežņa CP garumu, ja $AP = 36 \text{ cm}$, $BP = 4 \text{ cm}$ un $CD = 25 \text{ cm}$.

$$CP \cdot DP = AP \cdot BP \quad \Rightarrow \quad x(25 - x) = 36 \cdot 4$$

$$x^2 - 25x + 144 = 0$$

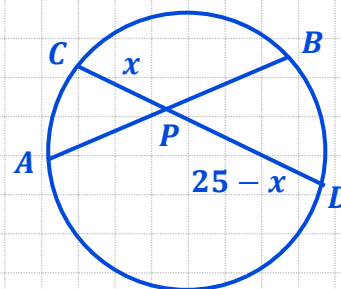
$$x = 16 \text{ cm}$$

$$x = 9 \text{ cm}$$

$$CP = 16 \text{ cm}; \quad DP = 9 \text{ cm}$$

$$CP = 9 \text{ cm}; \quad DP = 16 \text{ cm}$$

Neatbilst nosacījumiem



Atbilde. $CP = 9 \text{ cm}$



16. uzdevums (2 punkti)

Vienkāršo izteiksmi.

$$2 \sin^2 \alpha + \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = 2 \sin^2 \alpha + \frac{2}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = 2 \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha = 2$$

17. uzdevums (1 punkts)

Viena no vienādojuma $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ saknēm ir

☒ **A** $x = \frac{2\pi}{3}$ **B** $x = \frac{\pi}{3}$ **C** $x = \frac{4\pi}{3}$ **D** $x = \frac{7\pi}{3}$

18. – 25. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt savas zināšanas, izpratni un prasmes kombinatorikā, varbūtību teorijā un statistikā

18. uzdevums (2 punkti)

Dotas kopas $A = \{2; 3; 4; 5\}$ un $B = \{1; 2; 3\}$.

18.1. (1 punkts) Nosaki, cik elementu ir kopu A un B apvienojumā $A \cup B$.

Atbilde. **5**



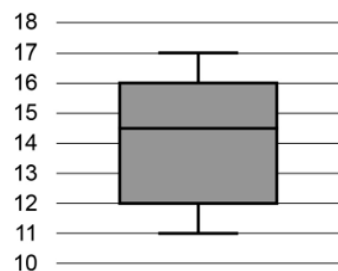
18.2. (1 punkts) Nosaki kopu A un B starpību $A \setminus B$.

Atbilde. **$A \setminus B = \{4; 5\}$**

19. uzdevums (1 punkts)

Dotajai kastu diagrammai (8. att.) atbilstošā datu kopa ir

- ☒ **A** $\{11; 12; 14; 15; 16; 17\}$
B $\{9; 12; 14; 14; 17; 17\}$
C $\{11; 11; 13; 15; 17; 17\}$
D $\{11; 12; 13; 14; 15; 16\}$



8. att.

20. uzdevums (1 punkts)

Maisā ir 1 balta un 3 melnas bumbas. No tā izvelk vienu bumbu. Neiespējams notikums ir

- A** izvilktā bumba ir melna **B** maisā palikušās bumbas ir vienādā krāsā
C izvilktā bumba ir balta ☒ **D** maisā nepaliek neviena melna bumba

21. uzdevums (1 punkts)

Vienkāršo izteiksmi $C_n^{20} + C_n^{21}$, kur $n \geq 21$.

$$C_n^{20} + C_n^{21} = C_{n+1}^{21}$$

Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA

22. uzdevums (1 punkts)

Uzraksti izteiksmi $x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$ kā binoma pakāpi.

Atbilde. $(x - 1)^5$

23. uzdevums (1 punkts)

Noteikta veida riekstu maisījuma paciņas vidējā masa ir 180 g, standartnovirze ir 4 g, dati atbilst normālajam sadalījumam. Nosaki, cik % no visu paciņu masām atrodas intervālā (180 g; 188 g).

$$\frac{95,4\%}{2} = 47,7\%$$

24. uzdevums (1 punkts)

Tabulā dots diskrēta gadījuma lieluma varbūtību sadalījums. Aprēķini šī lieluma sagaidāmo vērtību.

$$E(X) = 0 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot \frac{1}{6} + 12 \cdot \frac{1}{3} = 5$$

x_i	0	6	12
p_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$



25. uzdevums (3 punkti)

Pārveido par daļu un iegūto daļu saīsini. Atbildi pieraksti kā nesaīsināmu daļu.

$$\frac{n^2 - 1}{(n + 1)!} + \frac{1}{n!} = \frac{(n - 1)(n + 1)}{(n + 1) \cdot n!} + \frac{1}{n!} = \frac{n - 1}{n!} + \frac{1}{n!} = \frac{n}{n!} = \frac{1}{(n - 1)!}$$

26. – 30. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt savas zināšanas, izpratni un prasmes matemātiskajā analīzē

26. uzdevums (2 punkti)

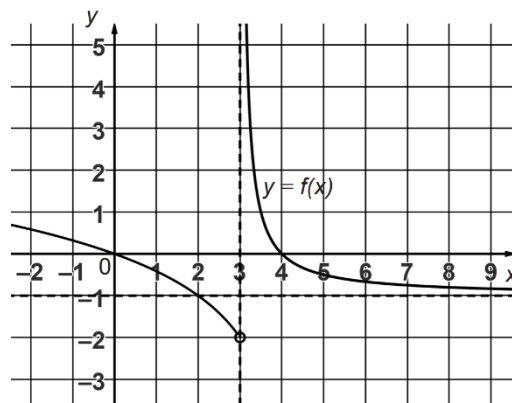
Dots funkcijas $y = f(x)$ grafiks (9. att.). Tā asimptotas ir taisnes $x = 3$ un $y = -1$.

26.1. (1 punkts) Nosaki robežu.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$$

26.2. (1 punkts) Nosaki vienpusējo robežu.

$$\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = -2$$



9. att.



27. uzdevums (3 punkti)

Nosaki nenoteiktības veidu un aprēķini robežu.

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x - 6}{2x^2 - 18} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x-2)}{2(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x-2)}{2(x-3)} = \frac{-5}{-12} = \frac{5}{12}$$

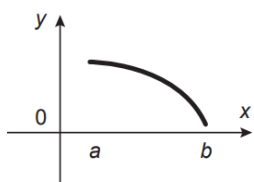
28. uzdevums (2 punkti)

Atvasini funkciju $g(x) = \ln(3x - 6)$.

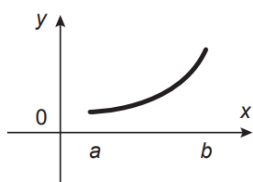
$$g'(x) = \frac{1}{3x-6} \cdot 3 = \frac{1}{x-2}$$

29. uzdevums (1 punkts)

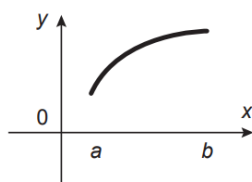
Kurš grafiks atbilst funkcijai $y = f(x)$, ja zināms, ka $f'(x) > 0$, $f''(x) < 0$ un $x \in (a; b)$?



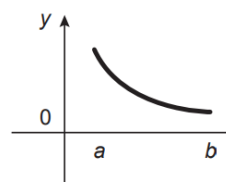
A



B



C



D



30. uzdevums (4 punkti)

Aprēķini nenoteikto integrāli.

$$\int \left(\frac{1}{x-5} + \sin 2x \right) dx = \int \frac{1}{x-5} d(x-5) + \frac{1}{2} \int \sin 2x d(2x) = \ln|x-5| - \frac{1}{2} \cos 2x + C$$

2. daļa. Kompleksu problēmu risināšana

1. – 2. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt prasmes risināt un veidot matemātiskos modeļus

1. uzdevums (6 punkti)

Atrisini vienādojumu $(2 \sin^2 x - \sin x - 1)(\operatorname{tg} x - 1) = 0$.

$2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$	vai	$\operatorname{tg} x - 1 = 0$
Apzīmē $\sin x = t$		$\operatorname{tg} x = 1$
$2t^2 - t - 1 = 0$		$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
$D = 1 + 8 = 9$		
$t_1 = 1$	$t_2 = -\frac{1}{2}$	
$\sin x = 1$	$\sin x = -\frac{1}{2}$	
$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n$	
Neder, jo tangenss	$x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$	
nav definēts		
Atbilde.		
$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n$		
$x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$		
$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$		

Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA

2. uzdevums (5 punkti)

Dotas funkcijas $f(x) = 1 - \frac{x^2}{4}$ un $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ (1. att.). Zināms, ka $g(x) \leq f(x)$, ja $x \in [-1; 1]$.

Aprēķini figūras, kuru ierobežo x ass un funkciju $y = f(x)$ un $y = g(x)$ grafiki, laukumu.

Aprēķina integrācijas robežas

$$1 - \frac{x^2}{4} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \pm 2$$

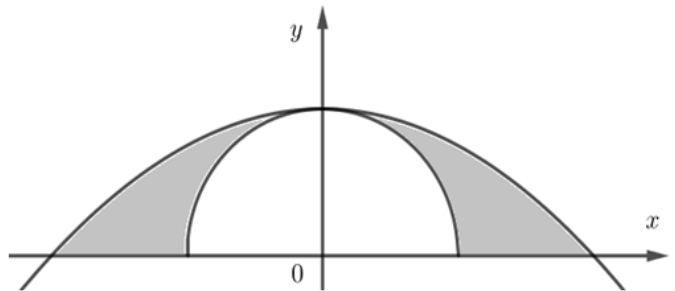
Aplūko funkciju $y = g(x)$

$$y = \sqrt{1 - x^2} \quad \Rightarrow \quad y^2 = 1 - x^2$$

Tā kā $x^2 + y^2 = 1$, tad tās grafiks ir pusriņķa līnija ar rādiusu 1.

$$S = \int_{-2}^2 \left(1 - \frac{x^2}{4}\right) dx - \frac{1}{2} S_{\text{riņķa}} = \left(x - \frac{x^3}{12}\right) \Big|_{-2}^2 - \frac{1}{2} \pi \cdot 1^2 =$$

$$= \left(2 - \frac{8}{12}\right) - \left(-2 + \frac{8}{12}\right) - \frac{1}{2} \pi = 4 - \frac{4}{3} - \frac{1}{2} \pi = 2\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \pi$$



1. att.

3. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt pierādīšanas prasmes

3. uzdevums (5 punkti)

Telpā doti četri punkti $A(-1; -3; 2)$, $B(1; 0; 8)$, $C(-2; 6; 6)$, $D(-4; 3; 0)$.

Nosaki un pamato četrstūra $ABCD$ veidu.

$$\overrightarrow{AB} = (2; 3; 6)$$

$$\overrightarrow{DC} = (2; 3; 6)$$

Tā kā $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, tad $ABCD$ ir paralelograms.

$$\overrightarrow{AD} = (-3; 6; -2)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AD}| \Rightarrow ABCD \text{ ir rombs.}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = -6 + 18 - 12 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD} \Rightarrow ABCD \text{ ir kvadrāts.}$$

Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA

4. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt prasmi formulēt, vispārināt un pamatot sakarības

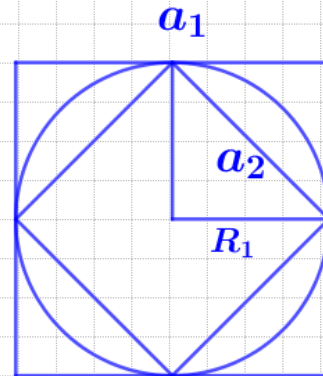
4. uzdevums (4 punkti)

Kvadrātā, kura malas garums ir a , ievilk riņķi. Iegūtajā riņķī ievilk otro kvadrātu. Iegūtajā kvadrātā ievilk riņķi. Iegūtajā riņķī ievilk trešo kvadrātu utt. – pārmaiņus kvadrātā ievilk riņķi, bet riņķī – kvadrātu. Aprēķini malas garumu a) otrajam kvadrātam, b) desmitajam kvadrātam, c) n -tajam kvadrātam.

a) $a_1 = a$

$$R_1 = \frac{a}{2}$$

$$a_2 = R_1\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$



b) Turpinot līdzīgā veidā, iegūst

$$a_3 = \frac{a_2\sqrt{2}}{2} = a \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2$$

$$a_4 = \frac{a_3\sqrt{2}}{2} = a \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^3$$

...

$$a_{10} = a \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^9$$

c) Tā kā katra nākamā kvadrāta konstrukcijas veids ir nemainīgs, tad malu garumi veido

ģeometrisku progresiju ar kvocientu $q = \frac{\sqrt{2}}{2}$ un $a_1 = a$.

Tātad

$$a_n = a_1 q^{n-1} = a \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^{n-1}$$

Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA

5. – 6. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt matemātikas lietojumu praktiskā vai citu jomu kontekstā

5. uzdevums (6 punkti)

Attālums starp Rīgu un Saldū ir 120 km. No šīm pilsētām vienlaikus viens otram pretī izbrauca divi motociklisti. Pēc 1 stundas attālums starp viņiem bija 20 km un viņi jau bija pabraukuši viens otram garām. Motociklists, kurš izbrauca no Rīgas, nonāca Saldū par 30 minūtēm ātrāk nekā otrs motociklists nonāca Rīgā. Aprēķini abu motociklistu ātrumus.

Ja motociklisti pabraukuši viens otram garām, tad to ātrumu summa ir $120 + 20 = 140$ km/h.

	Ceļš (km)	Ātrums (km/h)	Laiks (h)
No Rīgas	120	x	$\frac{120}{x}$
No Saldus	120	$140 - x$	$\frac{120}{140 - x}$

$$\frac{120}{140 - x} - \frac{120}{x} = \frac{1}{2} \quad | \cdot 2x(140 - x) \neq 0$$

$$2(120x - 120(140 - x)) = 140x - x^2$$

$$x^2 + 340x - 33600 = 0$$

$$D = 340^2 + 4 \cdot 33600 = 250000$$

$$x_1 = \frac{-340 + 500}{2} = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad 140 - x = 60 \text{ km/h}$$

$$x_2 = \frac{-340 - 500}{2} < 0 \quad (\text{neder})$$

Atbilde. Motociklistu ātrumi ir 60 km/h un 80 km/h.

Matemātika (augstākais mācību satura apguves līmenis) Valsts pārbaudes darba paraugs VIAA

6. uzdevums (4 punkti)

Slēgtas cilindriskas tvertnes augstumu H un pamata rādiusu R saista sakarība $H = \frac{1-R^2}{R}$, kur abi lielumi doti metros. Aprēķini tvertnes pamata rādiusu, ja zināms, ka tās tilpums ir vislielākais iespējamais.

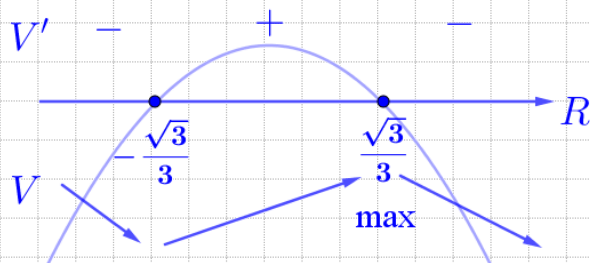
Cilindra tilpums $V = \pi R^2 H = \pi R^2 \cdot \frac{1-R^2}{R} = \pi R - \pi R^3$

$$V(R) = \pi R - \pi R^3, \quad R \in (0; 1)$$

$$V'(R) = \pi - 3\pi R^2$$

Atrod kritiskos punktus

$$V'(R) = 0 \quad \Rightarrow \quad \pi - 3\pi R^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad R^2 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad R = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$



Atbilde. Tvertnes rādiuss ir $\frac{\sqrt{3}}{3}$ metri.