



Valsts izglītības attīstības aģentūra

**Centralizētais eksāmens
matemātika 9. klasei
2024./2025. m. g.**

Rezultātu analīze un secinājumi

Metodiskais līdzeklis

2026

Satura rādītājs

Ievads	3
Vispārīgs eksāmena darba raksturojums, izmantojot datus par skolēnu sniegumu.....	4
Skolēnu rezultātu un snieguma analīze 1. daļas uzdevumos.....	20
Skolēnu rezultātu un snieguma analīze 2. daļas uzdevumos.....	43
Secinājumi un ieteikumi.....	69

Ievads

2024./2025. m. g. centralizēto matemātikas eksāmenu 9. klasē (turpmāk – eksāmenu) kārtoja 17 330 skolēnu. Eksāmenu veidoja divas daļas. Pirmās daļas “Zināšanas, izpratne un prasmes” plānotais īpatsvars no visa darba ir 75 %, tās izpildes laiks 105 minūtes, otrās daļas “Kompleksu problēmu risināšana” īpatsvars no visa darba ir 25 %, tās izpildes laiks 75 minūtes.

Šajā metodiskajā materiālā veikta analīze skolēnu sniegumam eksāmenā – pētīts, ko un kādā kognitīvā līmenī mēra/pārbauda eksāmens, kā arī skolēnu snieguma kvantitatīva un kvalitatīva analīze. Metodiskā materiāla izklāsts veidots kā neklātienas saruna ar matemātikas skolotāju un citiem interesentiem par uzdevumu saturu, skolēnu iespējamo domāšanas dziļumu, dažādām pieejām uzdevumu atrisināšanā, to ilustrējot ar skolēnu snieguma piemēriem. Eksāmena darba rezultātu analīzei izmantota eksāmena darba programma. Uzdevumi tika analizēti, izmantojot klasiskās testu teorijas (angļu val. *Classical Test Theory*) un jautājuma–atbildes teorijas (angļu val. *Item Response Theory*) elementus un izmantojot skolēnu darbu piemērus. Darba analīzes rezultātā ir iegūti datos balstīti secinājumi un metodiski ieteikumi.

Eksāmena analīzes mērķi:

1) izpētīt un aprakstīt eksāmena darba saturu jeb ko mēra/pārbauda šis eksāmena darbs;

2) dziļāk analizēt skolēnu sniegumu, kas palīdzētu rast atbildes uz jautājumu: “Ko nepieciešams uzlabot mācību procesā, lai uzlabotu skolēnu sniegumu un rezultātus?”.

Eksāmena rezultāti analizēti, ņemot vērā to skolēnu darbus, kuri piedalījās pamata termiņā.

Vispārīgs eksāmena darba raksturojums, izmantojot datus par skolēnu sniegumu

Valsts pārbaudes darba programmā¹ definēts centralizētā eksāmena (turpmāk – eksāmens) 9. klasei matemātikā mērķis un adresāts.

Tā mērķis ir novērtēt skolēnu sniegumu matemātikā atbilstoši Ministru kabineta 2018. gada 27. novembra noteikumu Nr. 747 “Noteikumi par valsts pamatizglītības standartu un pamatizglītības programmu paraugiem” (turpmāk – standarts) 6. pielikumam “Plānotie skolēnam sasniedzamie rezultāti matemātikas mācību jomā, beidzot 3., 6. un 9. klasi” un iegūt datus skolēnu snieguma un mācību satura izvērtēšanai, metodisko ieteikumu izstrādei un profesionālās pilnveides plānošanai izglītības iestādes, dibinātāja un valsts līmenī.

Valsts pārbaudes darba programmā eksāmena vērtēšanas saturs raksturots trīs kategorijās:

- 1) sasniedzamo rezultātu (SR) veids un grupa;
- 2) satura modulis;
- 3) izziņas darbības līmenis.

Tas nozīmē, ka katru eksāmena uzdevumu raksturo noteikts SR veids un grupa, satura modulis un izziņas darbības līmenis. Darba izvērtējamam tika izmantotas šīs plānotās kategorijas.

Atbildi uz jautājumu, kas ir izmērīts eksāmenā, varam sākotnēji iegūt, aplūkojot testelementu² indikatorus jeb sasniedzamos rezultātus, ko mēra uzdevumi (1. tabula):

1. tabula. Testelementu indikatori³

Nr.	Vērtēšanas indikators
1. daļa	
1.1.	Aprēķina pakāpes vērtību, ja bāze un kāpinātājs ir naturāli skaitļi.
1.2.	Aprēķina pakāpes vērtību, ja bāze ir naturāls skaitlis, kāpinātājs negatīvs vesels skaitlis.
1.3.	Aprēķina pakāpes vērtību, ja bāze ir decimāldaļa un kāpinātājs ir naturāls skaitlis.
2.	Noapaļo decimāldaļu līdz norādītai šķirai.
3.1.	Lieto pakāpju īpašību.
3.2.	Naturālu skaitli reizina ar binomu.
3.3.	Kāpina binomu kvadrātā.
3.4.	Veic identiskus pārveidojumus algebriskā izteiksmē – reizina binomus, veic monomu saskaitīšanu/atņemšanu.
4.1.	Aprēķina kvadrātsaknes vērtību.
4.2.	Saskaita kvadrātsaknes.
4.3.	Atpazīst parastās daļas reizinājuma ar kvadrātsakni izteiksmi.

¹ <https://www.visc.gov.lv/lv/media/28323/download?attachment>

² Testelementi – vērtēšanas darba vienība, kas tiek atsevišķi novērtēta. Testelementi ir viss uzdevums vai uzdevuma daļa (apakšuzdevums).

³ Vērtēšanas indikators ir prasības skolēna sniegumam, kas apliecina sasniedzamā rezultāta vai sasniedzamā rezultāta daļas apguvi. Vērtēšanas indikators ir precīzi formulēts sasniedzamais rezultāts, kas atspoguļo konkrētajā testelementā vai uzdevumā izmērīto.

5.1.	Atpazīst tekstā aritmētiskās progresijas diferenci.
5.2.	Aprēķina aritmētiskās progresijas locekļa vērtību, ja zināms pirmais loceklis un difference.
6.1.	Aprēķina reālā situācijā prasīto lielumu, ja doti visi lielumi.
6.2.	Uzraksta dotai situācijai atbilstošu algebrisku izteiksmi.
7.1.	Nosaka lineāra pamatvienādojuma atrisinājumu.
7.2.	Atrisina pilno kvadrātvienādojumu.
8.	Uzraksta nevienādību sistēmas dotu atrisinājumu ar intervālu.
9.	Atpazīst kvadrātfunkcijas grafiku.
10.	Iekrāso kvadrātnevienādības atrisinājumu, ja dota atbilstoša grafika skice.
11.1.	Nosaka attālumu, ja dots pārvietošanās grafiks.
11.2.	Aprēķina ātrumu, iegūstot nepieciešamos lielumus no grafika.
12.	Konstruē lineāras funkcijas grafiku.
13.1.	Aprēķina parabolas virsotnes abscisu (vienādojums ir binoms).
13.2.	Pamato, ka punkts, kam dotas koordinātas, nepieder dotās funkcijas grafikam.
14.	Nosaka blakusleņķa lielumu.
15.	Nosaka paralelograma leņķa lielumu.
16.	Pamato trijstūra malas garumu, ja zināmi visi trijstūra leņķi.
17.	Aprēķina hipotenūzas garumu, ja zināmi katešu garumi.
18.	Aprēķina taisnleņķa trijstūra malas garumu, ja zināma cita mala un viens no leņķiem.
19.	Atpazīst zīmējumā apvilktās riņķa līnijas centru.
20.	Aprēķina līdzīga trijstūra laukumu, nosakot līdzības koeficientu.
21.	Aprēķina trapeces augstumu, ja doti visi nepieciešamie lielumi.
22.	Papildina iesāktu pierādījumu par trijstūru vienādību.
23.	Aprēķina cilindra tilpumu, ja dots diametrs un augstums.
24.	Skaidro, kā un cik kubiņu jāpievieno, lai iegūtu kubu.
25.1.	Lieto pilno pārlasi, uzrakstot visus iespējamus, nosacījumiem atbilstošos trīsciparu skaitļus (10 elementi).
25.2.	Aprēķina varbūtību, atlasot labvēlīgos notikumus.
26.1.	Aprēķina lieluma vērtību, ja zināms visu lielumu aritmētiskais vidējais, reālā kontekstā.
26.2.	Aprēķina kopējo skaitu, izmantojot lielumu attiecības, iegūstot dotos no diagrammas un teksta (procenti un skaitliskas vērtības).
2. daļa	
1.	Saskata likumsakarību virknē, ja tā uzdots vizuāli, un aprēķina virknes locekļu summu.
2.	Atrisina lineāru nevienādību, lietojot pārveidojumus.
3.	Atrisina situāciju uzdevumu, izvēloties risināšanas paņēmieni (lineārs vienādojums, lineāru vienādojumu sistēma, spriešana, u. c.).
4.	Jaunā situācijā ar reālu kontekstu aprēķina procentus, lietojot kombinētu figūru laukumu aprēķināšanu un lielumu noapaļošanu.
5.	Jaunā situācijā pierāda trijstūru līdzību, ja dotais konteksts ir trapece.

Tālāk aplūkosim eksāmena uzdevumu izziņas darbības līmeņu raksturojumu, kas kopumā atbilst plānotajam (2. tabula).

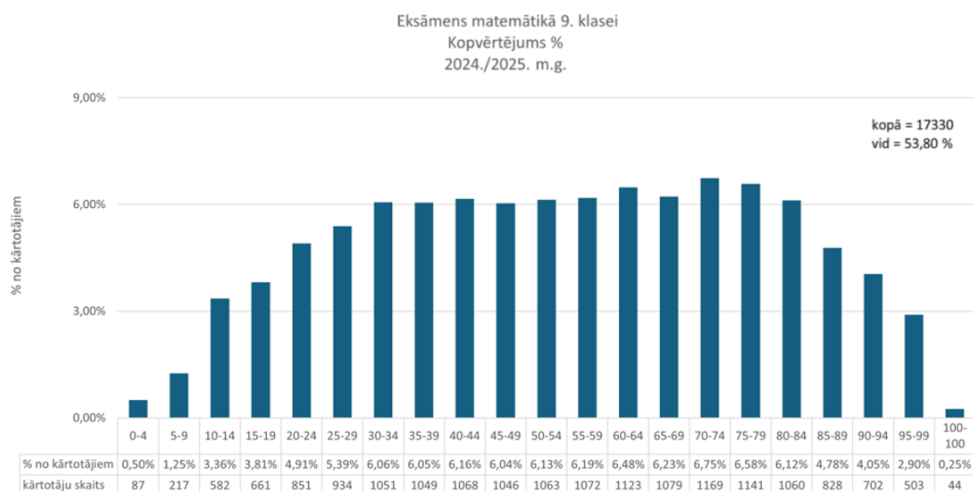
2. tabula. Izziņas darbības līmeņu raksturojums, to īpatsvars eksāmenā

Izziņas darbības līmenis un tā apraksts		Plānotais īpatsvars (%)	Īpatsvars eksāmenā* (%)	Testelementi
I	Atceras, lieto faktus, īsas procedūras vai atsevišķas idejas.	20±2	19 p. 24 %	1.1.; 1.2.; 1.3.; 2.; 3.1.; 4.1.; 4.2.; 4.3.; 5.1.; 6.1.; 7.1.; 8.; 9.; 10.; 11.1.; 14.; 15.; 19.
II	Veic tipiskus algoritmus, lieto formulas, paņēmienus vai prasmes pazīstamās situācijās.	60±2	43 p. 54 %	3.2.; 3.3.; 3.4.; 5.2.; 6.2.; 7.2.; 11.2.; 12.; 13.1.; 13.2.; 16.; 17.; 18.; 20.; 21.; 22.; 23.; 25.1.; 25.2.; 26.1; 26.2.; 2. daļas 1.; 2. daļas 2.
III	Saista, skaidro, lieto zināšanas vai prasmes jaunās situācijās, demonstrējot patiesu izpratni.	15±2	10 p. 13 %	1. daļas 24.; 2. daļas 3.; 5.
IV	Veido un pierāda vispārinājumus, lieto zināšanas un prasmes situācijās ar augstu kompleksuma pakāpi.	5±2	5 p. 6 %	2. daļas 4.

* nav iekļauti 3 punkti par matemātisko valodu un risinājuma organizāciju.

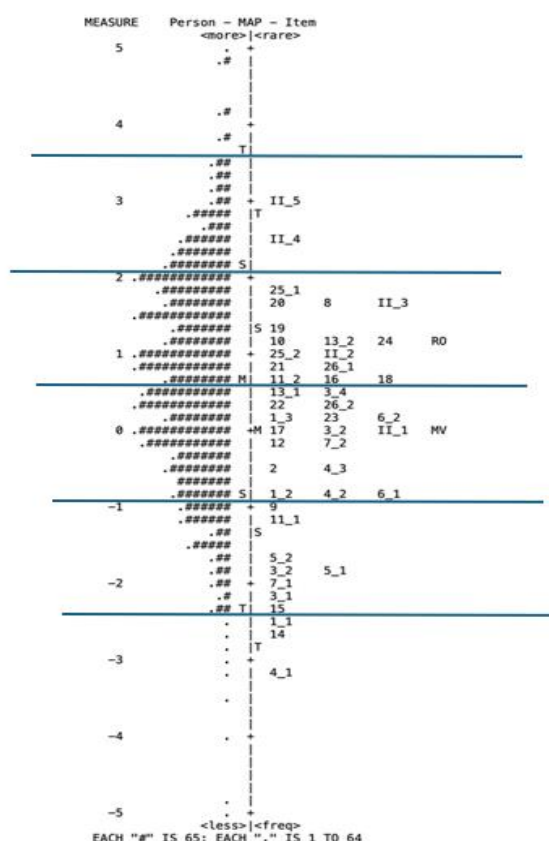
Skolēnu snieguma kopējais vērtējums

Eksāmenu kārtoja 17 330 skolēnu. Skolēnu vidējais sniegums šajā eksāmenā bija 53,80 %. Skolēni, kuri darbā nerasniedza 10 % robežu (ieguva 7 punktus un mazāk) bija 304 skolēni jeb 1,8 % skolēnu. Skolēnu rezultātu sadalījums histogrammā (1. attēls) neveido izteiktu normālu sadalījumu. Tas liecina, ka vienlaikus eksāmens daļai skolēnu ir par grūtu, savukārt nelielai daļai par vieglu.



1. attēls. Eksāmena punktu sadalījums procentos. Avots: Valsts izglītības attīstības aģentūra, pieejams: <https://www.viaa.gov.lv/lv/node/14885>.

Raša analīzes Raita karte ļauj sarindot skolēnus pēc viņu snieguma un uzdevumus pēc to grūtības, turklāt rezultātus attēlot uz vienas skalas. Skolēnu spēju snieguma līmeņi Raita kartē (kreisajā pusē) tiek nošķirti, analizējot testelementu izpildi (labajā pusē) un testelementu izvietojumu attiecībā pret skolēnu kopu. Tādējādi var izveidot atbilstoši šī eksāmena piedāvātajam saturam attiecīgus skolēnu spēju līmeņu aprakstus (2. attēls un 3. tabula).



2. attēls. Spēju līmeņu robežas Raita kartē

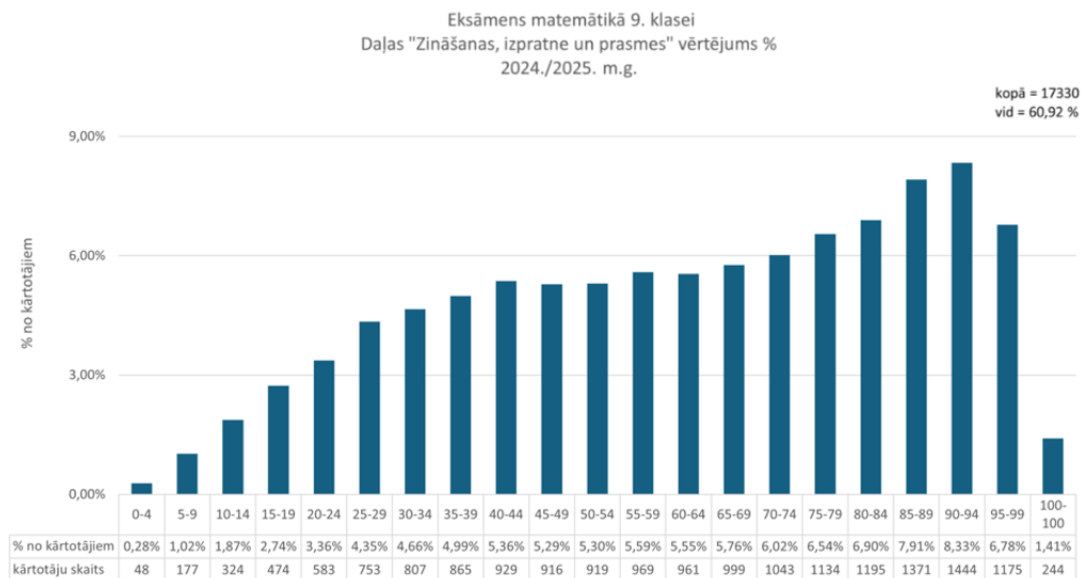
Veidojot skolēnu spēju līmeņu aprakstus, varam saskatīt, ka ir salīdzinoši neliela daļa (aptuveni 1,5 %) skolēnu, kuru spējas eksāmens nemēra, jo viņi varbūtiski spēj vairāk nekā eksāmena saturs piedāvā, tajā pašā laikā ir skolēni, kuri nespēj atrisināt arī eksāmena vieglākos uzdevumus. Skolēnu, kuru sniegums ir ļoti augsts, rezultātu varam daļēji skaidrot ar skolu tipu dažādību un to, ka ir skolas, kurās skolēniem matemātikas apguvei tiek plānots vairāk laika, nekā vidēji programmā noteikts, un tad loģisks ir rezultāts, ka šie skolēni spēj vairāk, nekā eksāmena saturs mēra. Raita kartē redzams, ka uzdevumu izkārtojums ir pietiekami vienmērīgs, kas kopumā ļauj atbilstoši novērtēt skolēnu sniegumu. Aplūkojot uzdevumus, kas sarindojas vienā līnijā, varam spriest par to, kāda veida uzdevumus skolēni spēj veikt vienlīdz labi, piemēram, skolēni, kuri prot atrisināt kvadrātvienādojumu, vienlīdz labi prot uzzīmēt arī lineāras funkcijas grafiku, vai arī skolēni, kuri prot iezīmēt kvadrātnevienādības atrisinājumu, prot pamatot, ka punkts nepieder kvadrātfunkcijas grafikam, un spriest par kuba veidošanu.

3. tabula. Skolēnu spēju līmeņu apraksts

Skolēnu spēju snieguma līmenis un tā apraksts	Skolēnu īpatsvars (aptuveni)	Testelementa numurs
Ļoti augsts sniegums		
Skolēnu spējas ir augstākas, nekā to piedāvā konkrētais eksāmens, tādējādi nevar spriest, cik augsts ir to sniegums.	1,5 %	Nav atbilstošu testelementu.
Augsts sniegums		
Skolēni spēj jaunā situācijā ar reālu kontekstu aprēķināt procentus, aprēķinot kombinētu figūru laukumu un pierādīt trijstūru līdzību, ja dotais konteksts ir trapece.	15 %	2. daļa 4.; 2. daļa 5.
Vidējs		
Skolēni spēj lietot pilno pārlasi, uzrakstot visus iespējamus, nosacījumiem atbilstošos skaitļus, aprēķināt līdzīga trijstūra laukumu, nosakot līdzības koeficientu, uzrakstīt nevienādību sistēmas dotu atrisinājumu ar intervālu, atrisināt situāciju uzdevumu, izvēloties risināšanas paņēmieni.	20 %	25.1.; 20.; 8.; 2. daļa 3.
Skolēni spēj atpazīt zīmējumā apvilktās riņķa līnijas centru, iekrāsot kvadrātnevienādības atrisinājumu, ja dota grafika skice, pamatot, ka punkts nepieder dotās funkcijas grafikam, skaidrot, kā un cik kubiņu jāpievieno, lai iegūtu kubu.		19.; 10.; 13.2.; 24.
Skolēni spēj aprēķināt varbūtību, atlasot labvēlīgos notikumus; atrisināt lineāru nevienādību, lietojot pārveidojumus; aprēķināt trapeces augstumu; aprēķināt lieluma vērtību, ja zināms aritmētiskais vidējais, reālā kontekstā.		25.2.; 2. daļa 2.; 21.; 26.1.
Skolēni spēj aprēķināt ātrumu, iegūstot nepieciešamos lielumus no grafika; pamatot trijstūra malas garumu, ja zināmi visi trijstūra leņķi; aprēķināt taisnleņķa trijstūra malas garumu, ja zināma cita mala un viens no leņķiem.		11.2.; 16.; 18.

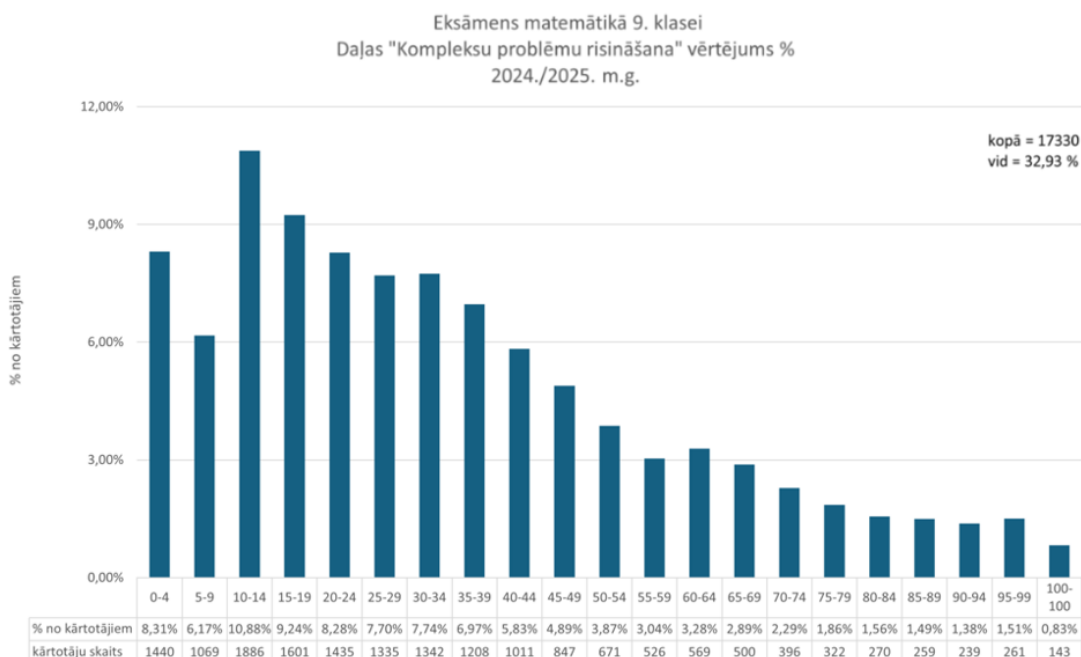
Vidēji zems		
Skolēni spēj aprēķināt parabolas virsotnes abscisu, veikt identiskus pārveidojumus algebriskā izteiksmē; papildināt iesāktu pierādījumu par trijstūru vienādību; aprēķināt kopējo skaitu, izmantojot lielumu attiecības un iegūstot dotos no diagrammas un teksta; aprēķināt pakāpes vērtību, ja bāze ir decimāldaļa un kāpinātājs ir naturāls skaitlis; aprēķināt cilindra tilpumu, ja dots diametrs un augstums; uzrakstīt dotai situācijai atbilstošu algebrisku izteiksmi.	53 %	13.1.; 3.4.; 22.; 26.2.; 1.3.; 23.; 6.2.
Skolēni spēj aprēķināt hipotenūzas garumu, ja zināmi katešu garumi; saskatīt likumsakarību virknē, ja tā uzdota vizuāli, un aprēķināt virknes locekļu summu; konstruēt lineāras funkcijas grafiku, atrisināt pilno kvadrātvienādojumu.		17.; 3.2.; 2. daļa 1.; 12.; 7.2.
Skolēni spēj noapaļot decimāldaļu līdz norādītai šķīrai, atpazīst parastās daļas reizinājuma ar kvadrātsakni izteiksmi.		2.; 4.3.
Skolēni spēj aprēķināt pakāpes vērtību, ja bāze ir naturāls skaitlis, kāpinātājs negatīvs vesels skaitlis; saskaitīt kvadrātsaknes; aprēķināt reālā situācijā prasīto lielumu, ja doti visi lielumi.		1.2.; 4.2.; 6.1.
Zems		
Skolēni spēj atpazīt kvadrātfunkcijas grafiku, noteikt attālumu no grafika.	9 %	9.; 11.1.
Skolēni spēj atpazīt aritmētiskās progresijas diferenci tekstā, aprēķināt aritmētiskās progresijas locekļa vērtību, naturālu skaitli reizināt ar binomu, noteikt lineāra pamatvienādojuma atrisinājumu, lietot pakāpju īpašību, noteikt paralelograma leņķa lielumu.		5.2.; 3.2.; 5.1.; 7.1.; 3.1.; 15.
Ļoti zems		
Skolēni spēj aprēķināt pakāpes vērtību, ja bāze un kāpinātājs ir naturāli skaitļi, noteikt blakusleņķa lielumu, aprēķināt kvadrātsaknes vērtību.	1,5 %	1.1.; 14.; 4.1.

Eksāmena pirmās daļas vidējais vērtējums ir 60,92 %, un punktu sadalījums rāda, ka skolēniem šīs daļas uzdevumi ir bijuši saprotami un izpildāmi un tikai nelielai daļai tie sagādājuši grūtības.



3. attēls. Eksāmena pirmās daļas punktu sadalījums procentos. Avots: Valsts izglītības attīstības aģentūra, pieejams: <https://www.viaa.gov.lv/lv/node/14885>.

Savukārt otrās daļas vidējais vērtējums ir 32,93 %, kas ir ļoti liela atšķirība, salīdzinot ar eksāmena pirmo daļu. Skolēniem kopumā tā bijusi par grūtu, tomēr 143 skolēni ir saņēmuši arī maksimālo punktu skaitu eksāmena otrajā daļā.

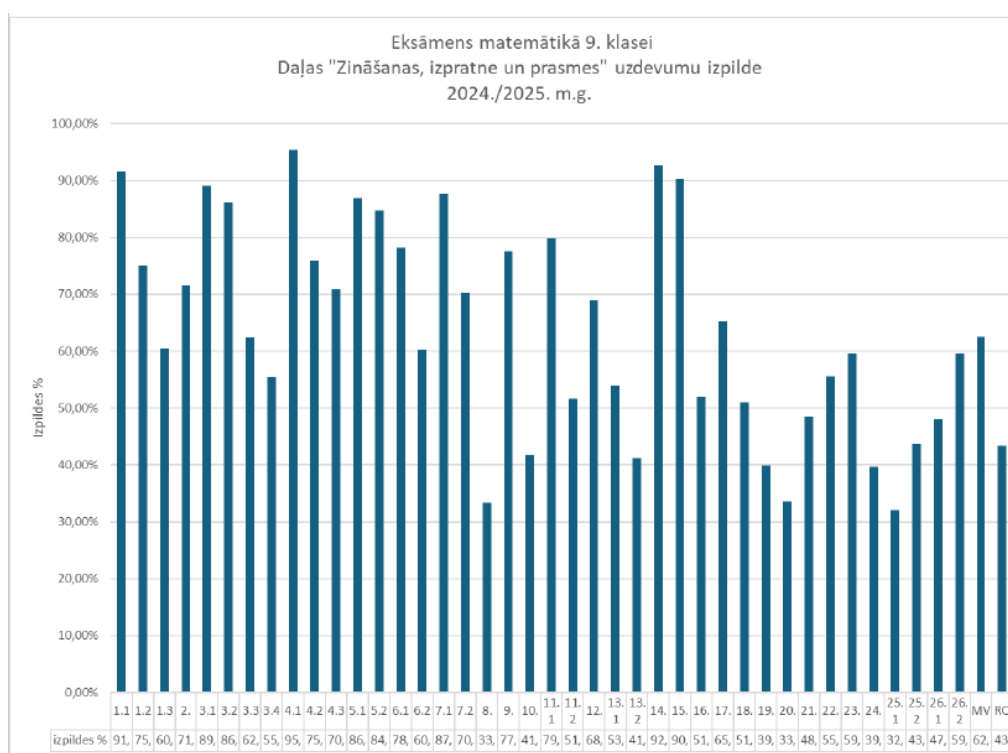


4. attēls. Eksāmena otrās daļas punktu sadalījums procentos. Avots: Valsts izglītības attīstības aģentūra, pieejams: <https://www.viaa.gov.lv/lv/node/14885>.

Uzdevumu grūtības pakāpe un diskriminācijas indekss

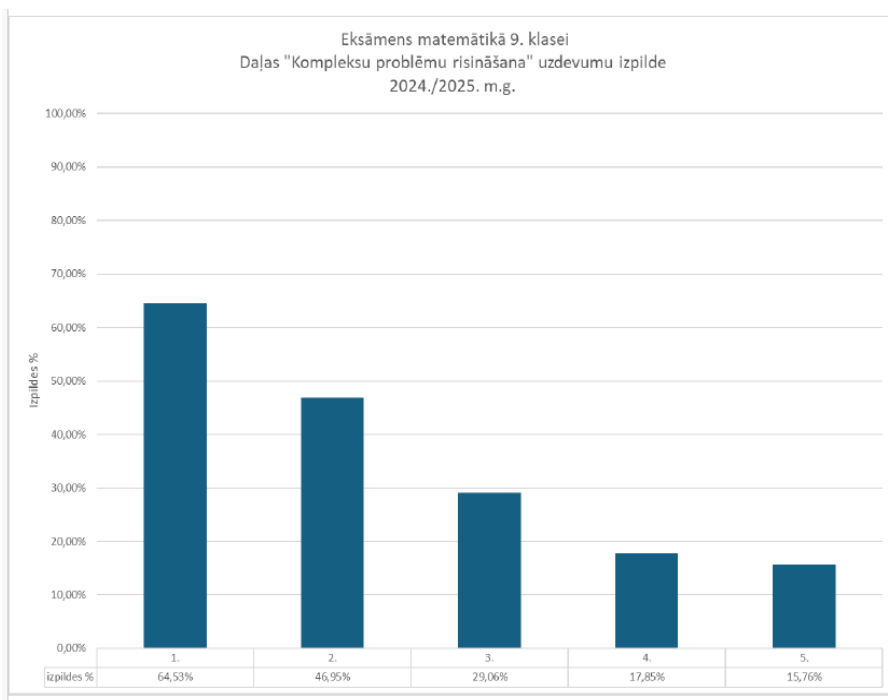
Katram eksāmena testelementam aprēķināta grūtības pakāpe un diskriminācijas indekss. Analizējot testelementu izpildi, konstatēts, ka kopumā eksāmena darbā testelementu izpilde jeb grūtības pakāpe ir robežās no 16 % līdz 95 % (5., 6. attēls).

Testelementa grūtības pakāpe ir vidējā rezultāta uzdevumā un maksimāli iespējamo punktu attiecība. Citiem vārdiem sakot, tā norāda, kāda daļa skolēnu pareizi atbildējuši konkrētajā uzdevumā. Jo vieglāks testelements, jo grūtības pakāpe augstāka, un atbilstoši – jo grūtības pakāpe zemāka, jo testelements ir bijis grūtāks, t.i., mazāk skolēnu ir atbildējuši pareizi. Pēc grūtības pakāpes testelementus var dalīt šādās grupās⁴: grūti uzdevumi – grūtības pakāpe 0–0,30, vidēji grūti uzdevumi – grūtības pakāpe 0,31–0,80, viegli uzdevumi – 0,81–1,00.



5. attēls. Testelementu grūtības pakāpe jeb izpilde 1. daļā. Avots: Valsts izglītības attīstības aģentūra, pieejams: <https://www.viaa.gov.lv/lv/node/14885>.

⁴ Dž. Betels, Rokasgrāmata pārbaudes darbu veidotājiem, Rīga 2003.



6. attēls. Testelementu grūtības pakāpe jeb izpilde 2. daļā. Avots: Valsts izglītības attīstības aģentūra, pieejams: <https://www.viaa.gov.lv/lv/node/14885>.

Diskriminācijas indekss norāda, cik labi uzdevums “šķiro” jeb sadala skolēnus.

Augsts diskriminācijas indekss nozīmē, ka šajā uzdevumā ievērojami labāks sniegums ir skolēniem, kuru kopējais punktu skaits eksāmenā ir augstāks. Jo zemāks diskriminācijas indekss, jo līdzīgāk uzdevumu veikuši skolēni ar augstu un zemu kopējo sniegumu. Negatīvs diskriminācijas indekss norāda, ka skolēni ar zemu sniegumu darbā kopumā uzdevumu veic veiksmīgāk nekā skolēni ar augstu sniegumu darbā. Pēc diskriminācijas indeksa uzdevumus var grupēt šādās grupās⁵:

- ✓ uzdevums ar ļoti labu izšķirtspēju – diskriminācijas indekss lielāks nekā 0,4;
- ✓ uzdevums ar labu izšķirtspēju – diskriminācijas indekss 0,30–0,39;
- ✓ uzdevums ar daļēju izšķirtspēju – diskriminācijas indekss 0,20–0,29;
- ✓ uzdevums ar zemu izšķirtspēju – diskriminācijas indekss 0,09–0,19;
- ✓ uzdevums ar ļoti zemu izšķirtspēju – diskriminācijas indekss mazāks nekā 0,09.

Pārskatāmībai testelementu grūtības pakāpe un diskriminācijas indeksi ir apkopoti vienā tabulā (4. tabula).

⁵ V. Krishnan, The Early Child Development Instrument (EDI): An item analysis using Classical Test Theory (CTT) on Alberta's data, 2013.

4. tabula (tabula veidota, balstoties 2. attēla datos). Testelementu grūtības un diskriminācijas indeksi.

Uzdevums	Grūtības indekss	Diskriminācijas indekss
1.1.	0,92	0,17
1.2.	0,75	0,52
1.3.	0,61	0,71
2.	0,72	0,45
3.1.	0,89	0,29
3.2.	0,86	0,43
3.3.	0,62	0,77
3.4.	0,55	0,68
4.1.	0,95	0,11
4.2.	0,76	0,46
4.3.	0,71	0,51
5.1.	0,87	0,36
5.2.	0,85	0,36
6.1.	0,78	0,40
6.2.	0,60	0,74
7.1.	0,88	0,31
7.2.	0,70	0,67
8.	0,33	0,69
9.	0,78	0,36
10.	0,42	0,66
11.1.	0,80	0,46
11.2.	0,52	0,72
12.	0,69	0,73

Uzdevums	Grūtības indekss	Diskriminācijas indekss
13.1.	0,54	0,79
13.2.	0,41	0,83
14.	0,93	0,22
15.	0,90	0,21
16.	0,52	0,79
17.	0,65	0,75
18.	0,51	0,83
19.	0,40	0,56
20.	0,34	0,65
21.	0,49	0,77
22.	0,56	0,61
23.	0,60	0,77
24.	0,40	0,55
25.1.	0,32	0,53
25.2.	0,44	0,72
26.1.	0,48	0,70
26.2.	0,60	0,63
MV	0,63	0,71
RO	0,43	0,87
2. daļas 1.	0,65	0,47
2. daļas 2.	0,47	0,70
2. daļas 3.	0,29	0,62
2. daļas 4.	0,18	0,44
2. daļas 5.	0,16	0,38

Apskatot un analizējot skolēnu sniegumu pa uzdevumu grupām, var secināt, ka visaugstākā izpilde ir testelementos 1.1.; 3.1.; 3.2.; 4.1.; 5.1.; 5.2.; 7.1.; 14.; 15. (šajā eksāmenā 86–95 %), tāpēc šos uzdevumus (7. attēls) var uzskatīt par ļoti viegliem skolēnu populācijai, kuri kārtoja eksāmenu. Arī uzdevumu diskriminācijas indekss tieši šiem uzdevumiem norāda daļēju vai zemu izšķirtspēju (izņemot 3.2.), kas vēlreiz apliecina to, ka tos var vienlīdz labi izpildīt skolēni gan ar augstu, gan zemu kopējo sniegumu. Kā redzams, tie pārstāv zināšanu un prasmju grupu ar aritmētikas un algebras saturu un divus pamatelementus no ģeometrijas satura. Šī uzdevumu grupa veido 11,25 % no iespējamā iegūstamā vērtējuma eksāmenā, kas ir gandrīz pietiekams, lai skolēns saņemtu sertifikātu par eksāmena nokārtošanu. Tie ir ļoti prognozējami uzdevumi.

Aprēķini.

1.1. (1 punkts) $5^3 =$

Izpildi darbības.

3.1. (1 punkts) $x^8 \cdot x^2 =$

3.2. (1 punkts) $3(a - 6) =$

Izpildi darbības.

4.1. (1 punkts) $\sqrt{64} =$

5. uzdevums (2 punkti)

Dota aritmētiskā progresija (a_n) , kuras pirmais loceklis ir $a_1 = 3$. Katrs nākamais loceklis ir par 2 lielāks nekā iepriekšējais.

5.1. (1 punkts) Nosaki aritmētiskās progresijas diferenci d .

$d =$ _____

5.2. (1 punkts) Nosaki aritmētiskās progresijas ceturto loekli a_4 .

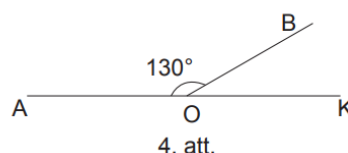
7.1. (1 punkts) Atrisini vienādojumu $x - 4 = 11$.

14. uzdevums (1 punkts)

Stars OB sadala izstieptu leņķi AOK divos leņķos (4. att.).

$\sphericalangle AOB = 130^\circ$. Nosaki $\sphericalangle BOK$ lielumu.

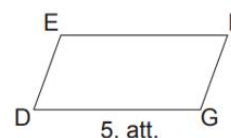
$\sphericalangle BOK =$ _____



15. uzdevums (1 punkts)

Dots paralelograms DEFG, $\sphericalangle D + \sphericalangle F = 140^\circ$ (5. att.). Nosaki $\sphericalangle F$ lielumu.

$\sphericalangle F =$ _____



7. attēls. Testelementi, kuru izpilde bijusi augstākā (86–95 %)

Ja aplūkojam atsevišķus šīs grupas testelementus un to grūtības pakāpi dažādos eksāmenos (5. tabula), tad varam izvirzīt hipotēzi, ka prognozējamu jeb skolēniem “redzētu” uzdevumu grūtības pakāpe samazinās pa gadiem, ja uzdevumā veicamais ir identisks, bet, kaut nedaudz to pamainot, rezultāts sarūk. Tas liek aizdomāties, vai un kāda ir skolēnu izpratne par šiem matemātikas satura jautājumiem, veicot vienkāršus uzdevumus.

5. tabula (autoru veidota). Atsevišķu testelementu un skolēnu snieguma salīdzinājums pa gadiem (ļoti viegli).

Aprēķina kvadrātsaknes vērtību		
2025. gads	Izpildi darbības. 4.1. (1 punkts) $\sqrt{64} =$	95 %
2024. gads	3.1. (1 punkts) Aprēķini izteiksmes $\sqrt{81}$ vērtību. $\sqrt{81} =$	94 %
2023. gads	Aprēķini izteiksmes vērtību. 6.1. (1 punkts) $\sqrt{64} =$	89 %

Aprēķina izteiksmes vērtību		
2025. gads	Aprēķini. 1.1. (1 punkts) $5^3 =$	91 %
2024. gads	Aprēķini izteiksmes vērtību. 1.1. (1 punkts) $3^4 =$	80 %
Nosaka aritmētiskās progresijas diferenci		
2025. gads	5. uzdevums (2 punkti) Dota aritmētiskā progresija (a_n) , kuras pirmais loceklis ir $a_1 = 3$. Katrs nākamais loceklis ir par 2 lielāks nekā iepriekšējais. 5.1. (1 punkts) Nosaki aritmētiskās progresijas diferenci d .	86 %
2024. gads	6. uzdevums (3 punkti) Dota aritmētiskā progresija $a_1 = 7$; $a_2 = 12$; ... 6.1. (1 punkts) Aprēķini dotās progresijas diferenci d .	90 %
2023. gads	Dota aritmētiskā progresija, kurai $a_4 = 6$ un $a_5 = 14$. 15.1. (1 punkts) Aprēķini dotās progresijas diferenci.	81 %

Testelementi, kuru izpilde ir robežās no 60 % līdz 79 %, piemēram, 1.2., 1.3., 2., 3.3., 6.1.; 11.1., 12., 17., 2. daļa 1. testelements, uzskatāmi kā viegli, savukārt kā vidēji grūti ir tie, kam izpilde ir robežās no 40 % līdz 59 %, piemēram, 3.4., 4.2., 4.3., 6.2., 7.2., 10., 11.2., 13., 13.2., 16., 18., 21., 22., 23., 25.2., 26.1., 26.2., 2. daļa 2. testelements.

Atsaucoties uz matemātikas mācību jomas mērķi pamatzglītībā, kas ir minēts mācību priekšmeta standartā⁶: “skolēns situācijās ar reālu kontekstu, jēgpilni lietojot matemātikas instrumentus, veic aprēķinus, apstrādā datus, izmanto figūru īpašības, saskata sakarības starp lielumiem, spriež vispārīgi un matemātiski modelē, problēmsituācijās rīkojoties kā atbildīgs, patstāvīgs un radošs matemātikas lietotājs”, kā viena no būtiskām prasēm ir teksta izpratne un tā pārveidošana matemātiski. No iepriekš minēto uzdevumu grupām, apskatot tos testelementus, kuru izpildei ir nepieciešama arī tekstpratība, redzams, ka skolēni spēj veikt vienkāršus aprēķinus, nolasīt tiešu informāciju no grafika – 6.1., 11.1. Uzreiz daudz zemāks ir skolēnu sniegums, ja skolēniem ir jāvispārina vai jāizmanto matemātikas prasmes konkrētajā aprakstītajā situācijā – 6.2., 11.2., 26.1. Situācijās, kad ir reāls konteksts un ir jāizprot dotais, un jālieto atbilstošs matemātisks koncepts, piemēram, – ātruma aprēķināšana, vidējā lieluma izmantošana, redzams, ka strauji krīt skolēnu sniegums (6. tabula).

⁶ <https://likumi.lv/ta/id/303768-noteikumi-par-valsts-pamatizglitiba-standartu-un-pamatizglitiba-programmu-paraugiem>

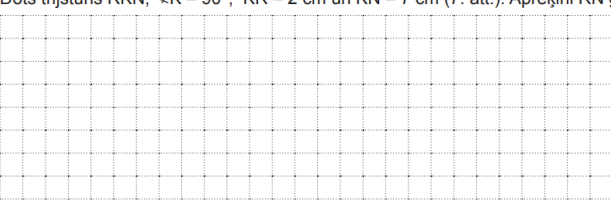
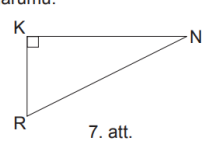
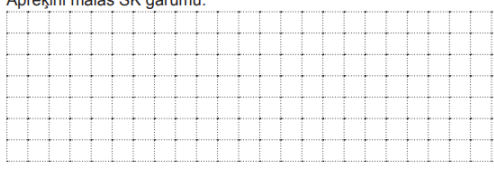
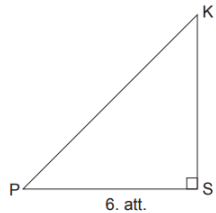
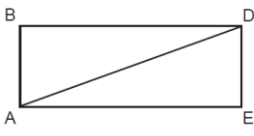
6. tabula (autoru veidota). Atsevišķu testelementu, kas doti kā situācijas, skolēnu snieguma salīdzinājums

Uzdevums	Grūtības pakāpe												
6. uzdevums (3 punkti) Lai sarīkotu pasākumu, jāmaksā 280 eiro par telpu Trī un 25 eiro par katru dalībnieku. 6.1. (2 punkti) Aprēķini pasākuma izmaksas, ja tajā būs 100 dalībnieku.	78 %												
6.2. (1 punkts) Uzraksti izteiksmi pasākuma izmaksu aprēķināšanai, ja pasākumā piedalās x dalībnieku.	60 %												
11. uzdevums (3 punkti) Tūrists ar motorlaivu no pietātnes aizbrauca līdz pludmalei, pēc atpūtas atgriezās pietātnē. Grafikā (2. att.) attēlots tūrista veiktais attālums (km) atkarībā no laika (h). 11.1. (1 punkts) Nosaki attālumu starp pietātni un pludmali. Atbilde.	79 %												
11.2. (2 punkti) Aprēķini, ar cik lielu ātrumu tūrists brauca no pietātnes līdz pludmalei.	51 %												
26. uzdevums (3 punkti) Mūzikas veikalā pārdod dažādus mūzikas instrumentus. Tabulā attēlots pārdoto ģitāru skaits. <table><tr><th>Nedēļas diena</th><th>Pirmidiena</th><th>Otrdiena</th><th>Trešdiena</th><th>Ceturtdiena</th><th>Piektdiena</th></tr><tr><td>Pārdoto ģitāru skaits</td><td>2</td><td>4</td><td>3</td><td>5</td><td>x</td></tr></table> 26.1. (1 punkts) Vidēji vienā dienā pārdeva 4 ģitāras. Aprēķini, cik ģitāru pārdeva piektdienā.	Nedēļas diena	Pirmidiena	Otrdiena	Trešdiena	Ceturtdiena	Piektdiena	Pārdoto ģitāru skaits	2	4	3	5	x	47 %
Nedēļas diena	Pirmidiena	Otrdiena	Trešdiena	Ceturtdiena	Piektdiena								
Pārdoto ģitāru skaits	2	4	3	5	x								
26.2. (2 punkti) Diagrammā (15. att.) attēlots piecās dienās pārdoto instrumentu relatīvais biežums. Zināms, ka pārdeva 4 vijoles. Aprēķini, cik mūzikas instrumentu kopā šajās piecās dienās veikalā pārdeva. Nedēļā pārdotie instrumenti 15. att.	59 %												

Aplūkojot atsevišķus testelementus no grupām – viegli un vidēji grūti – un analizējot skolēnu sniegumu dažādos mācību gados, varam vērot, ka skolēnu sniegums dažādos gados atšķiras. Lai spriestu par atšķirībām un tendencēm, būtu jāiedziļinās tieši skolēnu risinājumos un sniegumā, piemēram, – kā un vai sniegumu ietekmē darbību veikšana ar binomu summu vai starpību. Varam spriest, ka, piemēram, ļoti vienkāršā gadījumā, kad jākāpina binomu summa, tas skolēniem grūtības nesagādā, savukārt, ja ir binomu starpība un viens no

monomiem ir reizinājums, tad rezultāts uzreiz ļoti atšķiras. Varam izvirzīt arī pieņēmumu, ka šāda veida uzdevumiem gadu no gada mācību procesā ir veltīts vairāk laika un uzmanības un tāpēc skolēnu sniegums ir labāks. Līdzīgu tendenci varam vērot, kad skolēnam ir jāaprēķina taisnleņķa trijstūra katetes garums – skolēnu sniegums pieaug pa gadiem, tiesa, arī konteksti ir doti atšķirīgi – Pitagora teorēma jāsaskata taisnstūrī, Pitagora teorēma jālieto netiešā veidā, Pitagora teorēma jālieto tiešā veidā.

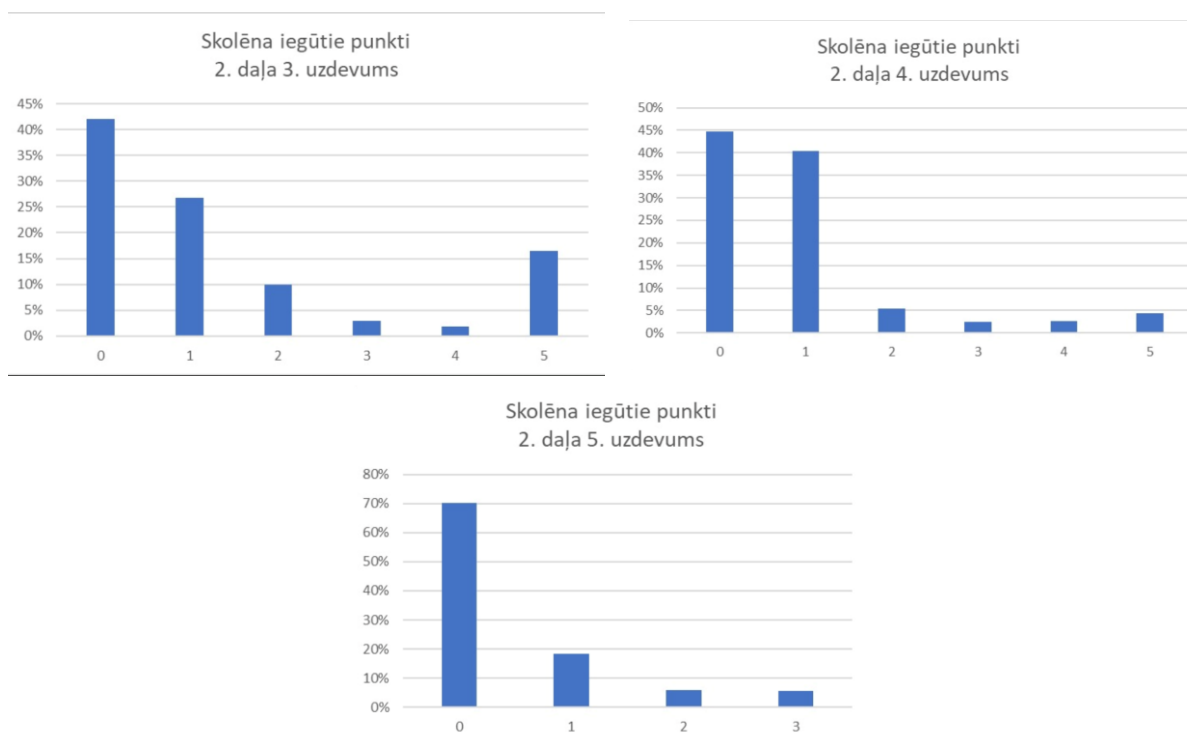
7. tabula (autoru veidota). Atsevišķu testelementu un skolēnu snieguma salīdzinājums pa gadiem

Gads	Testelementi	Grūtības pakāpe
Izpilda darbības ar algebriskām izteiksmēm		
2025. gads	3.3. (1 punkts) $(4 + b)^2 =$	62 %
	3.4. (2 punkti) $(2c - 3)(5 + c) - 3c =$	55 %
2024. gads	2.2. (1 punkts) $(3a - 5)^2 =$	38 %
	2.3. (3 punkti) $(3m - 2)(8 + 4m) + 7(m - 1) =$	58 %
2023. gads	2.2. (3 punkti) $(2a + 3)(2a - 6) - 3(a - 1) =$	48 %
Aprēķina taisnleņķa trijstūra malas garumu		
2025. gads	 17. uzdevums (2 punkti) Dots trijstūris RKN, $\sphericalangle K = 90^\circ$, KR = 2 cm un KN = 7 cm (7. att.). Aprēķini RN garumu.   7. att.	65 %
2024. gads	 17. uzdevums (2 punkti) Dots trijstūris PKS, $\sphericalangle S = 90^\circ$, PK = 7 cm un PS = 6 cm (6. att.). Aprēķini malas SK garumu.   6. att.	54 %
2023. gads	 20. uzdevums (2 punkti) Dots taisnstūris ABDE (6. att.). Diagonāle AD = 3 cm, mala AE = 2 cm. Aprēķini malas DE garumu.   6. att.	48 %

Savukārt zemu sniegumu skolēni uzrādījuši testelementos: 8., 19., 20., 24., 25.1., 2. daļas 3., 4., 5., un šai skolēnu populācijai tie ir bijuši grūti (izpilde līdz 40 %). 8. testelementa zemo izpildi iespējams skaidrot ar to, ka nav zināšanu par nevienādību sistēmas pierakstu, savukārt 19. testelements mēra zināšanas par diezgan specifisku ģeometrijas jautājumu, kaut gan skolēniem ir arī iespēja iegūt atbildi, veidojot savus spriedumus un atpazīstot pareizo atbildi. Pārdomas raisa 24. uzdevuma izpilde – skaidrojums par kuba veidošanu, tiesa gan, nepierastā situācijā (detalizētākus spriedumus sk. analīzes nākamajā daļā).

Eksāmenā skolēniem viens no grūtākajiem ir bijis 2. daļas 5. uzdevums, kurā nepieciešams demonstrēt prasmi veikt pierādīšanu. Ja ņemam vērā arī uzdevuma diskriminācijas indeksu, kas ir labs, bet ne ļoti labs, varam secināt, ka sniegums ir līdzvērtīgi zems gan skolēniem ar augstām spējām, gan zemām. Detalizētu skolēnu snieguma analīzi par 2. daļas uzdevumiem skatīt nākamajās darba nodaļās.

Lai būtībā izvērtētu, vai skolēni ir demonstrējuši augstāko izziņas darbības līmeni, tad ir jāanalizē maksimālais iegūto punktu skaits uzdevumā jeb relatīvais biežums skolēniem, kuri iegūst maksimālo punktu skaitu testelementā. Aplūkosim 2. daļas trīs uzdevumus, kuros skolēniem bija iespēja spriedumus veidot, demonstrējot SOLO III vai SOLO IV līmeni (8. attēls).



8. attēls (autoru veidots). Iegūtie punkti uzdevumā

Ja apskatām relatīvo biežumu skolēniem, kuri uzdevumos ir saņēmuši maksimālo punktu skaitu, kas apliecina, ka viņi ir sprieduši augstākajā izziņas darbības līmenī, tad redzam, ka 3. uzdevumā tie ir tikai aptuveni 16 % no skolēniem, 4. uzdevumā – 4 % no skolēniem, savukārt 5. uzdevumā – 6 % no

visiem skolēniem. Uzdevumā (4. uzdevums) ar reālas situācijas kontekstu tā grūtības pakāpe ir nedaudz augstāka nekā 5. uzdevumā, bet pilnīgi korekti to atrisina vismazākais skolēnu skaits. Tas nozīmē, ka ne visi skolēni, kuru spējas tiek raksturotas kā augstas, demonstrē dziļas spriešanas prasmes, spēju strādāt ar reāliem kontekstiem. Tādejādi mācību procesā ir būtiski analizēt ne tikai to, kā skolēni iesāk risināt uzdevumus vai kā veiksmīgi tiek ar risinājumiem līdz galam, bet arī, kā pieraksta un pamato savu risinājumu.

Skolēnu snieguma un rezultātu analīze, izmantojot uzdevumus

Lai analizētu, kā skolēni spriež, veido un pieraksta savu risinājumu, tika atlasīta izlases kopa, kuru veido 123 skolēnu darbi. Veicot šo atlasīti, tika izvēlēti skolēnu darbi, kuru sniegums nebija zemāks par 10 %. Veicot atlasīti, izvēlēts proporcionāls darbu skaits atbilstoši skolēnu sniegumam.

Skolēnu rezultātu un snieguma analīze 1. daļas uzdevumos

Analizējot detalizētāk skolēnu sniegumu eksāmena 1. daļā, tika izvēlēti uzdevumi: 6., 8., 13.2., 16., 20., 24., 25., 26. Daļai šo uzdevumu ir zems izpildes koeficients (33–43 %). Lielākā daļa uzdevumu sevī ietver prasmes, kas nepieciešamas, lai atrisinātu tādu situāciju, kurā skolēnam tiek dota iespēja domāt dziļāk un spriest par doto situāciju, izmantojot dažādas risināšanas metodes un paņēmienus. Neapšaubāmi, šajos uzdevumos ir svarīgas arī pamatzināšanas.

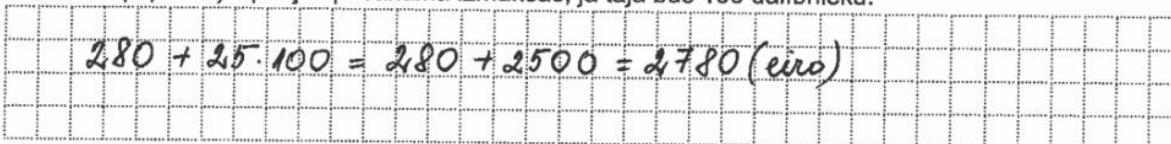
Veicot skolēnu snieguma analīzi, materiālā ir konkrētais uzdevums un tā iespējamais risinājums, vērtēšanas kritēriji eksāmenā, formulēts, kādas zināšanas/izpratne un prasmes var ietekmēt skolēna sniegumu, demonstrēti skolēnu risinājumi, arī tipiskākās novērotās kļūdas un ieteikumi snieguma uzlabošanai. Tālākajā tekstā, analizējot uzdevumus atsevišķi, netiek numurēti attēli un tabulas.

6. uzdevums

6. uzdevums (3 punkti)

Lai sarīkotu pasākumu, jāmaksā 280 eiro par telpu īri un 25 eiro par katru dalībnieku.

6.1. (2 punkti) Aprēķini pasākuma izmaksas, ja tajā būs 100 dalībnieku.


$$280 + 25 \cdot 100 = 280 + 2500 = 2780 \text{ (eiro)}$$

Vērtēšanas kritēriji	Punkti
6.1. Uzraksta skaitlisku izteiksmi vai izteiksmes, kas apraksta doto situāciju – 1 punkts. Aprēķina pasākuma izmaksas – 1 punkts.	2 punkti
Korekti lieto vienādības zīmi – “ir”/”nav”.	

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Kā izveidot matemātisku izteiksmi.
Prasmes, kuras var ietekmēt skolēna sniegumu.	Ar skaitlisku izteiksmi apraksta situāciju, kas raksturota ar konkrētiem skaitļiem. Veic reizināšanu un saskaitīšanu ar naturāliem skaitļiem.

Izziņas darbības līmenis	I
--------------------------	---

Tipiskākie skolēnu risinājumi uzdevumā 6.1.:

1. Daļa skolēnu izveido skaitlisku izteiksmi, lietojot korektu saistīto pierakstu un ievērojot darbību secību.

$$280 + (100 \cdot 25) = 280 + 2500 = 2780 \text{ eiro}$$

2. Atsevišķi skolēni ievieš mainīgos un izveido vispārīgā gadījuma formulu, tad aprēķina rezultātu, ievietojot mainīgo vietā atbilstošās dotās vērtības.

y... pasākuma izmaksas
x... dalīb. sk.

$$y = 280 + 25x \quad \text{ja } x = 100, \text{ tad}$$

$$280 + 25x = 280 + 25 \cdot 100 = 280 + 2500 = 2780 \text{ eiro}$$

3. Skolēni aprēķina pasākuma izmaksas, veicot divas atsevišķas, secīgas darbības.

$$1) 100 \cdot 25 = 2500 \text{ eiro}$$

$$2) 2500 + 280 = 2780 \text{ eiro}$$

4. Daļa skolēnu strukturē doto informāciju, vēlreiz uzsverot katru komponenti, tad veic aprēķinus, izveidojot vienu vai vairākas secīgas darbības.

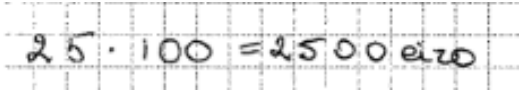
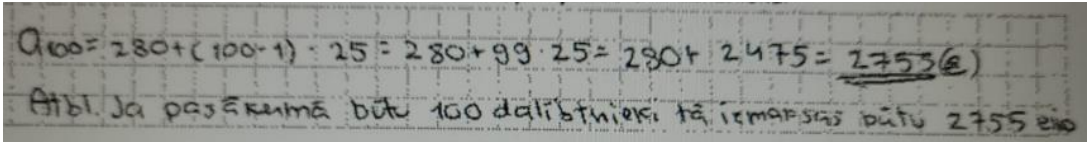
280 eiro Hk jāmaksā par telpu
25 eiro... tk par katru dalībnieku
100 dalīb... tk dalībnieku skaits

$$100 \cdot 25 + 280 = 2500 + 280 = 2780 \text{ eiro}$$

Atb. Pasākuma izmaksas būs 2780 eiro.

Tipiskākās kļūdas:

Neprecizitātes/kļūdas sniegumā	Kā uzlabot sniegumu
$25 \cdot 100 = 2500 + 280 = 2780$	
Visbiežāk skolēni nekorekti lieto vienādības zīmi, bet veic darbības, iepriekšējās rezultātu papildinot ar jaunu veicamu darbību.	Būtu vēlams akcentēt, ko nozīmē vienādības zīme – vai tiešām sākotnēji uzrakstītā izteiksme ir vienāda ar beidzamo uzrakstīto rezultātu. Pārbaudīt šo niansi, pašiem veidojot skaitliskas vai algebriskas izteiksmes.
$100 \cdot 25 = 250 \text{ par visiem dalībniekiem}$ $250 + 280 = 530 \text{ Atbilde kopā jāmaksā 530 eiro}$	
Daļā risinājumu tiek veikta neprecīza reizināšana vai saskaitīšana.	Kritiski izvērtēt iegūto rezultātu – cik reāls ir šāds skaitlis dotajai situācijai.

	
Atsevišķos skolēnu darbos uzdevumā tika korekti uzrakstīta viena no darbībām, bet iztrūka otras.	legūstot rezultātu, vajadzētu vēlreiz pārlasīt uzdevuma noteikumus un prasīto, lai pārliecinātos, ka aprēķinos ir ņemti vērā visi uzdevumā dotie nosacījumi.
	
Šajā risinājumā skolēns izmanto aritmētiskās progresijas vispārīgā locekļa aprēķināšanas formulu, no teksta saskatot, ka difference ir 25, virknes pirmais loceklis ir 280, taču kļūdās dalībnieku skaita izvēlē, jo, pieņemot, ka 280 ir pirmais virknes loceklis, dalībnieku skaits palielinās par 1.	Būtu vēlams rosināt skolēnus veikt pārbaudi, pārliecināties, ka uzdevumā gūtais rezultāts ir korekts. Šis risinājums rāda, ka skolēni vienai un tai pašai situācijai ir gatavi veidot atšķirīgus spriedumus. Lai izvairītos no neprecizitātēm, skolēniem jāprot pierakstīt savi spriešanas soļi, formulēt sava domu gaita.

6.2. (1 punkts) Uzraksti izteiksmi pasākuma izmaksu aprēķināšanai, ja pasākumā piedalās x dalībnieku.

$280 + 25x$

Vērtēšanas kritēriji	Punkti
6.2. Uzraksta algebrisku izteiksmi pasākuma izmaksu aprēķināšanai.	1 punkts

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Situāciju ar reālu kontekstu raksturo gan mainīgi lielumi, gan nemainīgi lielumi. Situācijas ar reālu kontekstu var aprakstīt ar matemātiskiem simboliem, ar burtiem apzīmējot nezināmus vai mainīgus lielumus jeb nezināmos vai mainīgos.
Prasmes, kuras var ietekmēt skolēna sniegumu.	Saskata un raksturo tekstā doto situāciju, pierakstot ar izteiksmi, ja mainīgais jau ir dots. Veido reālu dzīves situāciju aprakstošu matemātisko modeli – izteiksmi.
Izziņas darbības līmenis	II

Tipiskākie skolēnu risinājumi uzdevumā 6.2.:

1. Daļa skolēnu nosauc ar vārdiem, kas tiks aprēķināts, izmantojot doto formulu, kā arī piemin mērvienību vai nu darbības sākumā, vai arī beigās.

$$\text{Pasākuma izmaksas (eiro)} = 280 + 25x$$

2. Skolēni izteikti bieži ievieš apzīmējumus, kas skaidro formulā izmantotos mainīgos, norādot arī mērvienības. Pēc tam izveido algebrisku izteiksmi, kas apraksta doto situāciju.

$$\begin{array}{l} y \dots \text{pasākuma izmaksas (\pounds)} \\ x \dots \text{dalīb. ska.} \end{array} \quad y = 280 + 25x$$

3. Daļa skolēnu uzraksta korektu izteiksmi, neko nepaskaidrojot un nenorādot mērvienības, bet izmantojot doto apzīmējumu tekstā un izpildot uzdevuma noteikumus izvirzītās prasības.

$$x = 25 + 280$$

Tipiskākās kļūdas:

Neprecizitātes/kļūdas sniegumā	Kā uzlabot sniegumu
$x = (2780 - 280) : 25$ $280 : x = 25$ $25 \cdot x$ $x = (2780 - 280) : 25 = 100 \text{ (dalībnieki)}$	
Gadījumos, kad skolēni bija snieguši nekorektu, neprecīzu atbildi, tie bija neatbilstoši uzdevumā dotajiem nosacījumiem izteiksmē savietoti skaitļi, kuri bija minēti uzdevuma tekstā, vai arī uzdevumā 6.1. rakstītā darbība pārveidota, izsakot konkrētās situācijas dalībnieku skaita aprēķināšanai. Visdrīzāk skolēni vispār nebija izpratuši testelementa būtību.	Šiem skolēniem trūkst prasmes veidot situāciju ar reālu kontekstu aprakstošu matemātisko izteiksmi, ja mainīgais jau ir dots uzdevuma tekstā. Jāpilnveido prasme saskatīt un raksturot tekstā doto situāciju, izmantojot mainīgos, kā arī veikt pārbaudi, ievietojot izteiksmē mainīgo vietā konkrētus skaitļus, piemēram, 100, jo šis dalībnieku skaits ir minēts testelementā 6.1.

8. uzdevums

8. uzdevums (1 punkts)

Uzraksti nevienādību sistēmas $\begin{cases} x < 3 \\ x < 1 \end{cases}$ atrisinājumu kā intervālu.

$$x \in (-\infty; 1)$$

Vērtēšanas kritēriji	Punkti
8. Uzraksta nevienādību sistēmas atrisinājumu ar skaitļu intervālu.	1 punkts

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzieni “skaitļu intervāls”, “nevienādību sistēma”. Saprot un lieto simbolisko pierakstu. Nevienādību sistēmas atrisinājums ir nevienādību atrisinājumu kopu šķēlums (kopīgā daļa).
Prasmes, kuras var ietekmēt skolēna sniegumu.	Pārveido nevienādību sistēmas pierakstu kā intervālu. Attēlo vai iztēlojas dotos intervālus uz skaitļu ass.
Izziņas darbības līmenis	I

Tipiskākie skolēnu risinājumi:

- Daļa skolēnu veic nevienādību sistēmas attēlojumu uz skaitļu ass, tad uzraksta intervālu, bet daļa skolēnu raksta intervālu, neveidojot situācijas vizuālo attēlojumu:

8. uzdevums (1 punkts)
Uzraksti nevienādību sistēmas $\begin{cases} x < 3 \\ x < 1 \end{cases}$ atrisinājumu kā intervālu.

$x \in (-\infty; 1)$

Tipiskākās kļūdas:

Neprecizitātes/kļūdas sniegumā	Kā uzlabot sniegumu
8. uzdevums (1 punkts) Uzraksti nevienādību sistēmas $\begin{cases} x < 3 \\ x < 1 \end{cases}$ atrisinājumu kā intervālu. $x \in (1; 3)$ 8. uzdevums (1 punkts) Uzraksti nevienādību sistēmas $\begin{cases} x < 3 \\ x < 1 \end{cases}$ atrisinājumu kā intervālu. $x \in (-\infty; +3)$	
Skolēni nevienādību sistēmā dotos skaitļus raksta kā intervālu galapunktus.	Abos kļūdainajos risinājumos der izvēlēties kādu skaitli, kas pieder uzrakstītajam intervālam, un pārbaudīt, vai tas atbilst dotās nevienādību sistēmas nosacījumiem. Izvairīties no kļūdaina risinājuma var palīdzēt ieradums veidot vizualizāciju – attēlošanu uz skaitļu taisnes. Der pārliedzināties, vai ir izprasta zīmju $>$ un $<$ jēga un sistēmas zīmes būtība.
Daļa skolēnu kā vienu no intervāla galapunktiem raksta lielāko doto skaitli.	

13.2. uzdevums

Dota funkcija $y = x^2 + 2x$.

13.2. (2 punkti) Pamato, ka punkts A(3; 1) nepieder dotās funkcijas grafikam.

$$y = x^2 + 2x \quad \text{A pieder grafikam} \Rightarrow \text{ja } x = 3, \text{ tad } y = 1$$

$$\text{Ja } x = 3, \text{ tad } y = 9 + 6 = 15 \neq 1 \Rightarrow \text{A nepieder grafikam!}$$

Vērtēšanas kritēriji	Punkti
13.2. Aprēķina funkcijas vērtību, ja dota punkta argumenta vērtība – 1 punkts. Pamato, ka punkts nepieder grafikam, – 1 punkts.	2 punkti

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Zināšanas, ko nozīmē, ka punkts pieder grafikam.
Prasmes, kuras var ietekmēt skolēna sniegumu.	Racionāla paņēmiena izvēle, kā pārliedzināties, ka punkts pieder grafikam. Veic skaitliskus aprēķinus ar naturāliem skaitļiem vai cita veida skaitļiem, ja ir izvēlēties citu risināšanas metodi. Pamatojuma teksta izveide.
Izziņas darbības līmenis	II

Tipiskākie skolēnu risinājumi:

- Daļa skolēnu, lai pamatotu, ka punkts A nepieder funkcijas grafikam, ievieto abas punkta A koordinātas funkcijas formulā un pārliedzinās, ka iegūst aplamu vienādību. Izdara secinājumu, ka punkts nepieder funkcijas grafikam.

$$y = x^2 + 2x \quad \text{Atbilde: Punkts A nepieder funkcijas grafikam.}$$

$$1 = 3^2 + 2 \cdot 3$$

$$1 = 9 + 6$$

$$1 \neq 15$$

- Daļa skolēnu izvēlas punkta x(y) koordinātu, ievieto dotajā funkcijas sakarībā un aprēķina y(x) vērtību. Rezultātā konstatē, ka tā nesakrīt ar punkta A koordinātām, un izdara secinājumu, ka punkts nepieder funkcijas grafikam. Šādos risinājumos vajadzētu izvērtēt, vai izvēlētais risināšanas veids ir racionālākais un netiks patērēts vairāk laika, nekā tas tika plānots.

$$x = 3$$

$$y = 3^2 + 2 \cdot 3 = 9 + 6 = 15$$

Atbilde: punkts A(3; 1) nepieder dotās funkcijas grafikam, jo ja $x = 3$ tad $y = 15$ un koordinātes ir $(3; 15)$

$$1) x=3 \Rightarrow y = 3^2 + 2 \cdot 3 = 9 + 6 = 15$$

Atleilde: Punkts nepieder dotās funkcijas grafikam, ja, ja ievieto doto x vērtību 3, tad y sanāks 15 nevis 1, kā dots konkrēta punkta koordinātās.

$$1) y=1 \Rightarrow y = x^2 + 2x$$

$$2) 1 = x^2 + 2x$$

$$3) x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$4) D = 4 + 4 = 8$$

$$5) x = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$6) x_1 = \frac{-2 + 2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow x_1 \approx 1,4 \dots \Rightarrow x_1 \neq 3$$

$$7) x_2 = \frac{-2 - 2\sqrt{2}}{2} = -1 - \sqrt{2} \Rightarrow x_2 \approx -2,4 < 0 \Rightarrow x_2 \neq 3$$

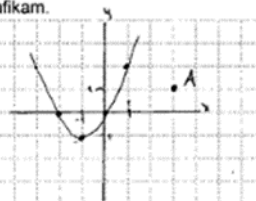
3. Daži skolēni konstruē kvadrātfunkcijas grafiku koordinātu plaknē, kurā atliek arī doto punktu A, un pārliecinās, ka dots punkts grafikam nepieder, jo atrodas pietiekami tālu no funkcijas grafika. Konstruējot grafiku, skolēni izmanto uzdevumā 13.1. aprēķināto parabolas virsotnes x koordinātu, aprēķina virsotnes y koordinātu. Vēl vismaz divi no grafika punktiem atlikti precīzi, kas ļauj skolēnam nepārprotami saprast un izdarīt secinājumu, ka punkts A grafikam nepieder.

$$x_v = \frac{-2}{2} = -1$$

13.2. (2 punkti) Pamato, ka punkts A(3; 1) nepieder dotās funkcijas grafikam.

$$y_v = (-1)^2 + 2(-1) = 1 - 2 = -1$$

Punkts A nepieder dotās funkcijas grafikam, jo tam nepieskaņai neviena no parabolas zariem.



4. Skolēnu darbos varēja ieraudzīt arī risinājumu, kurā skolēns spriež, izmantojot funkcijas grafika konstrukcijas plānu, – aprēķina virsotnes koordinātas, aprēķina funkcijas nulles un tad aprēķina y vērtību, ja x ir 3. Lai arī sākotnējās darbības ir liekas un secinājuma izdarīšanai ir nepieciešama tikai beidzamā darbība, šis risinājums rāda skolēna izpratni par kvadrātfunkciju un tās grafika konstrukciju.

13.2. (2 punkti) Pamato, ka punkts A(3; 1) nepieder dotās funkcijas grafikam.

$$1) x = 3; y = 1 \dots \text{punkts A}$$

$$2) x = -1; y = -1 \dots \text{parabolas virsotne}$$

$$3) x^2 + 2x = 0 \dots \text{parabolas } D(y) \text{ nulles}$$

$$4) x_1 = 0 \dots \text{punkts uz x ass kamēr } y = 0$$

$$5) x_2 = -2 \dots \text{punkts uz x ass kamēr } y = 0$$

$$5) x = 3; y = 1$$

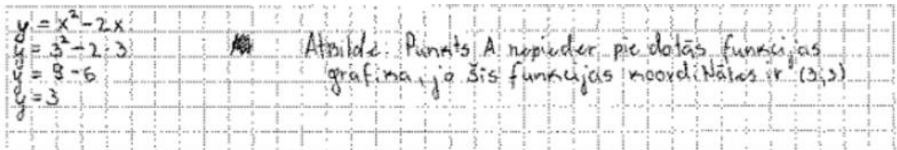
$$6) \begin{array}{r|l} x & 3 \\ y & 15 \end{array}$$

$$7) y = 3^2 + 2 \cdot 3 =$$

$$= 15$$

$$8) 15 \neq 1$$

Tipiskākās kļūdas:

Neprecizitātes/kļūdas sniegumā	Kā uzlabot sniegumu
	
Skolēni veikuši aprēķinu, taču trūkst pamatojuma, skaidrojuma veiktajai darbībai.	Skolēniem jāizprot, ko nozīmē rīcības vārds “pamato” – izveido skaidrojumu, kas rāda, ka apgalvojums ir patiess, atsaucoties uz konkrētu informāciju (definīcija, īpašība, teorēma u. tml.) vai izmantojot loģisku spriešanu.
	
Skolēni veikuši pamatojumu, taču aprēķins ir kļūdainš vai tā nav vispār.	Aicināt skolēnus vēlreiz pārskatīt savu risinājumu, pievērst uzmanību zīmēm, lai izvairītos no neuzmanības kļūdām.

16. uzdevums

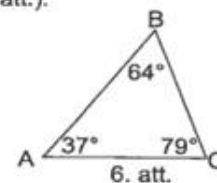
16. uzdevums (1 punkts)

Izmantojot attēlā dotos lielumus, pamato, ka AB ir trijstūra ABC garākā mala (6. att.).

Trijstūrī pret lielāko
 leņķi atrodas garākā
 mala.

vai

$37^\circ < 64^\circ < 79^\circ$
 $\downarrow$
 $BC < AC < AB$



Vērtēšanas kritēriji	Punkti
16. Pamato, ka AB ir garākā mala, lietojot sakarību, ka trijstūrī pret lielāko leņķi atrodas garākā mala.	1 punkts

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Zina sakarības starp trijstūra malām un leņķiem un ko nozīmē veidot pamatojumu.
Prasmes, kuras var ietekmēt skolēna sniegumu.	Spriež, balstoties dotajā informācijā. Prot veidot apgalvojumu, to pamatojot vai noliedzot, kā arī to pierakstīt, izmantojot atbilstošu simboliku.
Izziņas darbības līmenis	II

Tipiskākie skolēnu risinājumi:

1. Daļa skolēnu trijstūra ABC malu AB pamato kā garāko ar sakarību par trijstūra malām un tiem atbilstošajiem leņķiem.

AB ir $\triangle ABC$ garākā mala, jo tā atrodas pret lielākajam trijstūra leņķim, kas ir 79° gradus liels.

2. Daļa skolēnu pamatojumu uzraksta ar nevienādību palīdzību, akcentējot, ka leņķis C ir lielāks par abiem pārējiem leņķiem, tātad arī tam preti esošā mala ir garāka par citām trijstūra malām.

1) $\angle C > \angle A$, tātad $AB > BC$
 2) $\angle C > \angle B$, tātad $AB > AC$ } $\Rightarrow AB$ - garākā mala

3. Skolēnu darbos redzams, ka daļa izmanto loģisku spriešanu – ja zinām, ka garākā mala atrodas pret lielāko leņķi, tad šīs malas pieleņķu summa būs vismazākā, jo tā veidosies no abu šaurāko leņķu summas.

AB ir trijstūra ABC garākā mala, jo leņķu summa pie 64° ir vismazāka ($37^\circ + 64^\circ < 37^\circ + 79^\circ < 79^\circ + 64^\circ$)

Tipiskākās kļūdas:

Neprecizitātes/kļūdas sniegumā	Kā uzlabot sniegumu
Skolēni kļūdaini pieņem, ka trijstūris ir taisnleņķa.	Aicināt skolēnus kritiski izvērtēt sava pieņēmuma iespējamību – vai tiešām visi dotie lielumi atbilst viņu izvēlei, šajā gadījumā taisnleņķa trijstūrim.
Tiek veiktas darbības ar dotajiem leņķiem, kas nav sasaistītas ar malu garumiem un sakarībām starp trijstūra malām un leņķiem. Tas liek domāt, ka skolēns dara vismaz kaut ko, parādot to, ka viņam tomēr nav izpratnes par konkrēto situāciju.	Vēlreiz pārlasīt uzdevuma nosacījumus un izvērtēt, vai dotie aprēķini un veiktās darbības atbilst uzdevuma nosacījumos izvirzīto problēmu (šajā gadījumā – vai dotie aprēķini pamato to, ka AB ir trijstūra garākā mala), vai atbilde par uzdevumā sniegto apgalvojumu ir skaidri nolasāma un ikvienam saprotama.

20. uzdevums

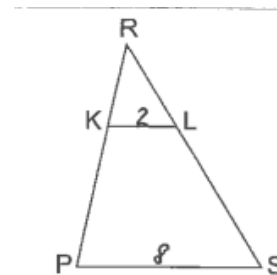


20. uzdevums (2 punkti)

Trijstūri PRS un KRL ir līdzīgi (10. att.). $KL = 2$ cm, $PS = 8$ cm un $S_{KRL} = 3$ cm². Aprēķini trijstūra PRS laukumu.

$$K = \frac{PS}{KL} = 4 \quad S_{KRL} = 3 \text{ cm}^2 \Rightarrow S_{PRS} = K^2 \cdot S_{KRL}$$

$$S_{PRS} = 16 \cdot 3 = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$$



10. att.

Vērtēšanas kritēriji	Punkti
20. Aprēķina trijstūru līdzības koeficientu – 1 punkts. Aprēķina trijstūra PRS laukumu – 1 punkts.	2 punkti
Strukturē risinājumu, norādot, kāds lielums tiek rēķināts – “ir”/”nav”.	

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Izprot jēdzienu “līdzīgi trijstūri”. Līdzīgu trijstūru laukumi neattiecas tāpat kā attiecīgo malu garumi, tie attiecas kā malu garumu attiecības kvadrāts.
Prasmes, kuras var ietekmēt skolēna sniegumu.	Lasot tekstu, saista vārdisko informāciju ar zīmējumu. Izvēlas paņēmieni nezināmā lieluma aprēķināšanai (aprēķina līdzības koeficientu, uzraksta sakarību starp līdzīgu trijstūru malām). Saprot formulas simbolisko pierakstu. Formulu lapā atrod saturam un konkrētai situācijai atbilstošo formulu. Veic reizināšanu un dalīšanu ar pozitīviem skaitļiem.
Izziņas darbības līmenis	II

Tipiskākie skolēnu risinājumi:

- Skolēni, risinot šo uzdevumu, pārsvarā izmanto līdzības koeficientu, to aprēķinot ar doto malu palīdzību un tad sasaistot ar laukumu attiecību, un ievērojot, ka šī attiecība ir vienāda ar koeficienta kvadrātu. Vienā daļā darbu koeficients tiek izteikts parastās daļas veidā, citā daļā darbu – kā vesels skaitlis.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} K &= ? \\ K &= \frac{8}{2} = 4 \\ \textcircled{2} S_{PRS} &= ? \\ S_{PRS} &= S_{KRL} \cdot K^2 \\ S_{PRS} &= 30 \cdot 16 \\ S_{PRS} &= 480 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \text{ Aprēķināsim līdzības koeficientu } & \quad 2) \text{ Aprēķināsim } \Delta PRS \text{ laukumu} \\ \frac{KRL}{PS} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} & \quad \frac{S_{KRL}}{S_{PRS}} = K^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \\ \frac{24}{88} = \frac{S_{PRS}}{S_{PRS}} & \quad \frac{24}{88} = \frac{1}{16} \cdot S_{PRS} \\ 24 \cdot 16 &= 88 \cdot S_{PRS} \\ S_{PRS} &= \frac{24 \cdot 16}{88} = \frac{384}{88} = \frac{48}{11} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

2. Daļa skolēnu risinājumā atsevišķi neaprēķina koeficientu, bet uzreiz izveido proporciju, kurā izmanto zināmo malu kvadrātu attiecību, to sasaistot ar trijstūra laukumu attiecību.

$$\begin{aligned} \frac{KRL}{PS} &= \frac{PS \cdot S(KRL)}{S(PRS)} \\ \frac{2}{88} &= \frac{8 \cdot 3}{S(PRS)} = \frac{24}{S(PRS)} \\ S(PRS) &= \frac{24 \cdot 88}{2} = 1056 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

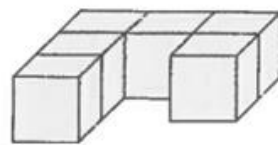
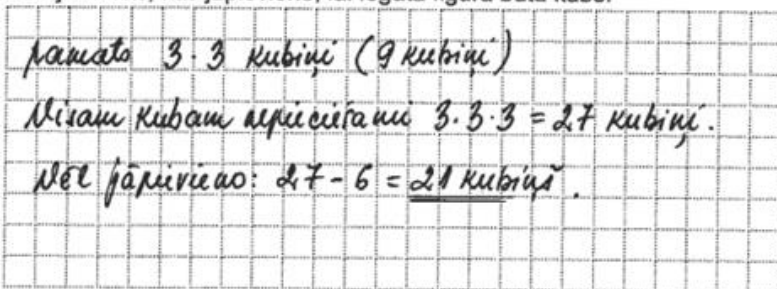
Tipiskākās kļūdas:

Neprecizitātes/kļūdas sniegumā	Kā uzlabot sniegumu
$\frac{8}{2} = 4 - \text{par cik reizes lielāks}$ $4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2 - \text{PRS laukums}$	
Risinājumos redzams, ka skolēni korekti nosaka līdzības koeficientu, bet neievēro sakarību starp līdzīgu trijstūru laukumiem (koeficienta kvadrāts), jo, visticamāk, neizprot līdzības koeficienta jēgu.	Mācīt skolēnam prast apzinātāk orientēties formulu lapā un izvēlēties atbilstošo formulu dotajai situācijai. Veidot mācību procesā sarunas, kas ļauj gan skolotājam, gan skolēnam pārliecināties, vai tiek izprasta līdzības koeficienta nozīme, jēga.
$\begin{aligned} S &= 4 \\ S &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot h_a = 9.5 \cdot 8 \cdot h_a = 4 \\ S \cdot h_a &= 4 \cdot 4 \\ S &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2 \end{aligned}$ Atbilde: PRS laukums ir 16 cm²	
Daļa skolēnu mēģina izmantot trijstūra laukuma formulu, lai aprēķinātu citu nezināmo malu vai augstumu, un tādā veidā nonākt pie trijstūra laukuma lieluma. Šis risinājums ir darba un laika ziņā ietilpīgāks, ar lielāku iespēju kļūdīties, ko skolēni visbiežāk arī izdara, izvēloties neatbilstošos lielumus.	Šāds risinājums ir iespējams, tikai skolēniem vairākkārtīgi jāpārbauda, kurus lielumus izvēlās atbilstoši katram trijstūrim, kā arī jāsaprot, lai aprēķinātu kādu nezināmo lielumu, vienādojumā jābūt tikai vienam nezināmajam. Iespējams, kādam var palīdzēt vizualizācija – katru trijstūri un tam zināmos lielumus uzzīmēt atsevišķi. Mācību procesā aplūkot šādus risinājumu piemērus un sarunāties par efektīva risinājuma izvēles priekšrocībām.

24. uzdevums

24. uzdevums (2 punkti)

Attēlā (13. att.) redzamā figūra ir salīmēta no vienādiem kubiņiem. Nosaki un paskaidro, kāds ir mazākais kubiņu skaits, kas jāpievieno, lai iegūtā figūra būtu kubs.



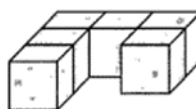
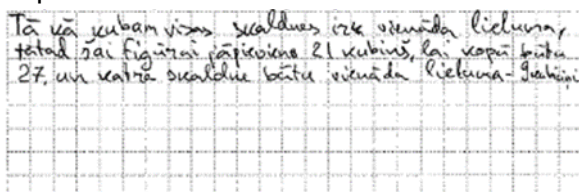
13. att.

Vērtēšanas kritēriji	Punkti
24. Nosaka mazāko kubiņu skaitu – 1 punkts.	2 punkti
Uzraksta skaidrojumu vai skaitlisku aprēķinu – 1 punkts.	

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzieni “kubs” un “vienādi”. Telpiskā ķermeņa (kuba) īpašības un elementi.
Prasmes, kuras var ietekmēt skolēna sniegumu.	Informāciju no vārdiskā teksta sasaista ar attēlu. Analizē doto informāciju. Iztēlē zīmējumā vizualizē/modelē doto situāciju. Spriež, balstoties izveidotajā modeli un jēdzienu sapratnē. Veido pamatojumu.
Izziņas darbības līmenis	III

Tipiskākie skolēnu risinājumi:

1. Skolēni doto situāciju un tās risinājumu visbiežāk skaidro vārdiski, konkrēti norādot, cik kubiņiem būtu jābūt kopā visā figūrā, cik jau ir doti un cik pietrūkst. Visa sniegtā informācija ir pareizi veidota un viennozīmīgi saprotama.



2. Daļa skolēnu uzraksta skaitlisku izteiksmi, to aprēķina, ievērojot korektu darbību secību un pierakstu. Iegūst pareizu rezultātu. Vārdiska skaidrojuma nav, tomēr no darbībām ir viennozīmīgi saprotama skolēna domu gaita –

kuba pirmajā slānī trūkst 3 kubiņu, kuriem jāpieskaita vēl divi kuba slāņi, katrā pa 9 kubiņiem.

$$3 + 2 \cdot 3^2 = 3 + 18 = 21$$

Atbilde: Lai no dotās formas izveidotu kubu, ir jāpievieno 21 kubiņi.

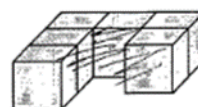


13. att.

3. Darbos redzami tādi risinājumi, kuros ir gan skaitliskas darbības, gan vārdiski skaidrojumi.

Saukuma garš ir 3 kubi.

Lai izveidotu pirmo plāksnīti vajag 3 kubiņus, plāksnīte ir $3 \cdot 3 = 9$ kubi, trūkst 2 plāks., tātad $2 \cdot 9 = 18$. Kopā $3 + 18 = 21$ kubi.



13. att.

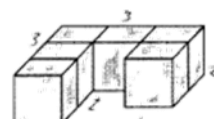
4. Sastopami arī risinājumi, kuros skolēni pieņem, ka viena mazā kubiņa tilpums ir 1 cm^3 . Tad rēķina, cik mazo kubiņu trūkst, lai būtu lielā kuba pilns tilpums. No aprēķinātā lielā kuba tilpuma atņem doto mazo kubiņu skaitu un nonāk līdz rezultātam, cik vēl mazo kubiņu jāpievieno.

1 mazais kubs = 1 cm^3

$V = 3^3 = 27 \text{ cm}^3$ - lielo kuba tilpums

$3 + 2 + 1 = 6 \text{ cm}^3$

$27 - 6 = 21 \text{ cm}^3 = 21$ kubes jāpievieno

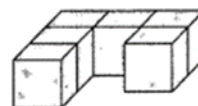


13. att.

5. Daži skolēni apskata vairākas iespējas: ja mazos kubiņus var pārvietot un atlīmēt vienu no otra un ja šāda iespēja nepastāv. Pirmajā gadījumā tiek veidots lielais kubs, kura skaldne sastāv no 4 kubiņiem. Skolēns uzdevuma risināšanā veicis dubultu darbu un patērējis vairāk laika, nekā tas bijis plānots, precīzi neievēro uzdevumā dotos nosacījumus.

Ja kubs var pārvietot, tad būtu jāņem vērā 2 kubiņi un jānosaka 2×2

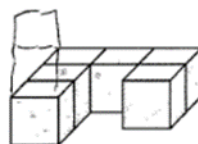
Ja kubs var pārvietot, tad būtu jāņem vērā 2 kubiņi un jānosaka 3×3 kubs



13. att.

6. Atsevišķi skolēni par kuba domā, veidojot to no atsevišķiem slāņiem, spriežot par kvadrātiem. Secina, ka nepieciešami trīs slāņi, un aprēķina, cik kubiņu vajag, lai visos (trijos) slāņos veidotos kvadrāti. Tad iegūto kubiņu skaitu saskaita un iegūst galīgo rezultātu.

1 šķautnes garums ir 3 kubini, tātad, lai
 sanāktu kubs, vispirms jāpa lieks uz
 vāro, tam vajag 3 kubus, bet pēc tam
 Pērtam, jo uzstādāt atūm to 28 vāro
 uz augšu, tā nā stāvēs.
 $Ku = 3 \cdot 3 = 9$ (kubini) $27 - 9 = 18$ (kubini)
 $Kub = 3 \cdot 3 = 27$ (kubini) K vajag 21 kubus.



13. att.

Šie piemēri rāda, ka ir būtiski rosināt skolēnus pierakstīt savu domu gaitu un ka to var izdarīt dažādi.

Tipiskākās kļūdas:

Neprecizitātes/kļūdas sniegumā	Kā uzlabot sniegumu
	Trūkst izpratnes par rīcībvārda “paskaidro” nozīmi – <i>sniedz pārskatu (vārdisku izklāstu, shēmu, matemātisko modeli u. tml.), padarot saprotamu apskatītā objekta, sakarības, darbības, procesa u. tml. galveno ideju, nozīmi/jēgu, struktūru.</i>⁷
	Snieguma uzlabošanai būtu ieteicams veidot shematisku zīmējumu. Korektā zīmējumā būtu iespējams saskatīt, ka kuba visas šķautnes ir vienāda garuma un visas skaldnes ir vienādi kvadrāti, kas ļautu veidot spriedumu par nepieciešamo kubu skaitu.
	Precīzi aprēķināts kubu skaits pilnā kubā (tiek izmantota tilpuma formula), bet skolēns kļūdījies, saskaitot zīmējumā dotajā figūrā mazos kubus. Visdrīzāk kļūda radusies neuzmanības dēļ, tāpēc nepieciešams vairākkārtīgi pārbaudīt uzdevumā sniegto informāciju un salīdzināt ar risinājumu.

Kopumā šī uzdevuma zema sniegums (39 %) parāda to, ka tikai daļa skolēnu ir gatava spriest par piedāvātu neierastu situāciju, skolēniem trūkst telpiskās izpratnes. Mācību procesā arī 7.–9. klasēs ir ieteicams izmantot dažādus fiziskus (taustāmus) modeļus, dot iespēju skolēniem tos izmantot dažādās

⁷ <https://mape.gov.lv/api/files/FF252BB3-8C9F-4F9A-884B-ECFA8EEEF00D/download> (9. lpp.)

situācijās, veidot spriedumus, piemēram, veidojot arī dažādas telpisku figūru virknes.

25. uzdevums

25.–26. uzdevums. Zināšanas, prasmes un izpratne kombinatorikā, statistikā, varbūtību teorijā
25. uzdevums (3 punkti)

Dotajā attēlā (14. att.) katrā tā rūtiņā ierakstīts viens cipars no 1 līdz 5.

Aizsedzot tajā jebkuras divas rūtiņas, iegūst trīsciparu skaitli.

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

14. att.

Piemēram,

1	2	3		
---	---	---	--	--

 iegūts skaitlis 123;

	2		4	5
--	---	--	---	---

 iegūts skaitlis 245.

25.1. (1 punkts) Uzraksti visus iespējamus trīsciparu skaitļus, kurus var šādā veidā iegūt.

123;	124;	134;	125;	135;	145;
234;	235;	245;	345;		

25.2. (2 punkti) Nosaki varbūtību, ka, aizsedzot jebkuras divas rūtiņas, iegūtais skaitlis dalās ar 5.

$P(\text{dalās ar } 5) = \frac{6}{10} = \underline{\underline{0,6}}$
--

Vērtēšanas kritēriji	Punkti
25.1. Ievērojot nosacījumus, uzraksta visus iespējamus trīsciparu skaitļus.	1 punkts
25.2. Ievērojot nosacījumus, nosaka labvēlīgo gadījumu skaitu – 1 punkts. Nosaka varbūtību notikumam – 1 punkts.	2 punkti

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Kā veikt sistēmisku pilno pārlasi. Izprot jēdzienu “varbūtība”. Jāzina, kā aprēķināt notikuma varbūtību, izmantojot klasisko varbūtības definīciju.
Prasmes, kuras var ietekmēt skolēna sniegumu.	Izveidot dažādas izlases ar noteiktām īpašībām no neliela elementu skaita. Informāciju no vārdiskā teksta saista ar attēlu. Formulu lapā atrod satura tēmai un konkrētai darbībai atbilstošo formulu. Lieto formulu, ievietojot konkrētus skaitļus. Veic daļu saīsināšanu.

Tipiskākie skolēnu risinājumi:

1. Tie skolēni, kuri iedziļinājās uzdevuma formulējumā (tekstā) un izprata nosacījumus, korekti uzrakstīja visus iespējamus trīsciparu skaitļus – veica pilno pārlasi, izmantoja formulu un aprēķināja varbūtību, pārveidojot rezultātu procentos vai saīsinātā daļā.

25.1. (1 punkts) Uzraksti visus iespējamus trīsciparu skaitļus, kurus var šādā veidā iegūt.

123; 124; 125; 134; 135; 145; 234; 235; 245; 345

25.2. (2 punkti) Nosaki varbūtību, ka, aizsedzot jebkuras divas rutiņas, iegūtais skaitlis dalās ar 5.

$P = \frac{m}{n} = \frac{6}{10} = 60\%$ (Skaitļi, kas dalās ar 5: 125; 135; 145; 235; 245; 345)
(Kopā: 10 skaitļi)

2. Daļa skolēnu veica pilno pārlasi, ieguva precīzu skaitu trīsciparu skaitļu un prata noteikt varbūtību, paskaidrojot vārdiski, ko nosaka katrs daļā ievietotais skaitlis. Netiek izmantoti apzīmējumi.

25.2. (2 punkti) Nosaki varbūtību, ka, aizsedzot jebkuras divas rutiņas, iegūtais skaitlis dalās ar 5.

$\frac{6}{10}$ ja n. 10 iespējami iznākumi un 6 dalās ar 5

25.2. (2 punkti) Nosaki varbūtību, ka, aizsedzot jebkuras divas rutiņas, iegūtais skaitlis dalās ar 5.

Ja skaitlis dalās ar 5, tā pēdījam ciparam jābūt 5.
No 10 cipariem 6 ir dalāmi ar 5, $\frac{6}{10} = 60\%$

3. Atsevišķi skolēni veica risinājumu un arī skaidrojumu, izmantojot gan formulu un apzīmējumus, gan vārdisku aprakstu, norādot konkrētus skaitļus, kas atbilst nosacījumiem.

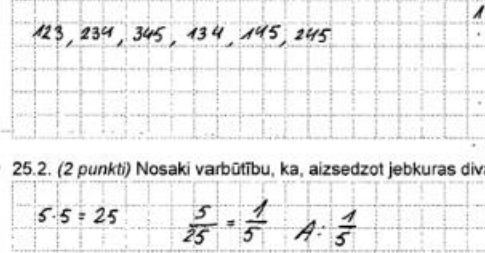
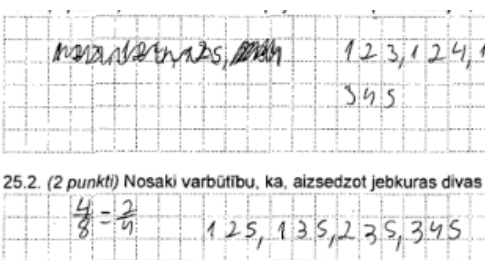
1) 345 2) 145 3) 125 4) 123
5) 245 6) 135 7) 124
8) 235 9) 134
10) 234

25.2. (2 punkti) Nosaki varbūtību, ka, aizsedzot jebkuras divas rutiņas, iegūtais skaitlis dalās ar 5.

1) $P(A) = \frac{m}{n}$ 2) A - dalās ar 5 3) m - 6 dalās ar pieci (345; 245; 235; 145; 135; 125)
5) $P(\text{dalās ar } 5) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$ 4) n - 10 iespējami iznākumi

25.2. (2 punkti)

Tipiskākās kļūdas:

Neprecizitātes/kļūdas sniegunā	Kā uzlabot sniegumu
 25.2. (2 punkti) Nosaki varbūtību, ka, aizsedzot jebkuras divas rūtiņas, iegūtais skaitlis dalās ar 5 $5 \cdot 5 = 25$ $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ $A \cdot \frac{1}{5}$	
Skolēns veic daļēju pilno pārlasi, nenosaka korektu visu elementu skaitu, kā arī neievēro nosacījumus labvēlīgo notikumu izvēlei.	Iespējams, ka skolēns nav izpratis skaitļu veidošanas principu, un būtu vēlams tekstu pārlasīt vairākas reizes, kā arī nepieciešams izprast labvēlīgo elementu un visu elementu nozīmi un jēgu varbūtības aprēķināšanā. Mācību procesā mācīties meklēt atbildes uz jautājumiem – kā es zinu, ka mans uzrakstītais ir pareizs? Kā es mutiski skaidrotu savu uzrakstītā jēgu?
 25.2. (2 punkti) Nosaki varbūtību, ka, aizsedzot jebkuras divas rūtiņas, iegūtais skaitlis dalās ar 5. $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ 125, 135, 235, 345	 25.1. (1 punkts) Uzraksti visus iespējamās trīsciparu skaitļus, kurus var šādā veidā iegūt. 25.2. (2 punkti) Nosaki varbūtību, ka, aizsedzot jebkuras divas rūtiņas, iegūtais skaitlis dalās ar 5. $\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$
Lielākoties skolēni veic nekorektu pilno pārlasi, bet prot noteikt varbūtību, ievērojot uzdevumā dotos nosacījumus (otrais skolēns kļūdījies, saskaitot labvēlīgos elementus).	Skolēniem ir izpratne par varbūtības aprēķināšanu, tomēr nepieciešama lielāka iedziļināšanās, lasot uzdevuma nosacījumus un veicot pilno pārlasi; vāja tekstpratība traucē uztvert, saprast un jēgpilni interpretēt iegūto informāciju. Mācību procesā var izmantot teksta marķēšanu, rosināt pārveidot/atrast atslēgvārdus, analizēt teksta jēgu kopumā.

25.1. (1 punkts) Uzraksti visus iespējamās trīsciparu skaitļus, kurus var šādā veidā iegūt. 123; 134; 124; 125; 135; 213; 214; 215; 231; 234; 235; 142; 143; 145; 152; 153; 154; 241; 243; 245; 251; 253; 254; 312; 314; 315; 321; 324; 325; 341; 342; 345; 351; 352; 354; 412; 413; 415; 421; 423; 425; 431; 432; 435. 25.2. (2 punkti) Nosaki varbūtību, ka, aizsedzot jebkuras divas rūtiņas, iegūtais skaitlis dalās ar 5. 5+4+1=10 $125:5=25$ $245:5=49$ $345:5=69$ $235:5=47$	
Šajā risinājumā skolēns kļūdījies gan pilnās pārlases veikšanā, gan arī nedemonstrē izpratni par varbūtību – neprot noteikt ne labvēlīgo gadījumu skaitu, ne kopīgo elementu skaitu.	Lai uzlabotu sniegumu, skolēniem jāizprot, ka pilnā pārlase ir visu objektu uzskaitījums. Veicot pilno pārlasi, lai nekļūdītos, no apraksta jāsecina, kādi ir nosacījumi elementu izveidē. Jāsaprot, ka varbūtība ir skaitlis, kas raksturo kāda notikuma iespēju realizēties un kas ļauj prognozēt notikumus.

26. uzdevums

26. uzdevums (3 punkti)

Mūzikas veikalā pārdod dažādus mūzikas instrumentus. Tabulā attēlots pārdoto ģitāru skaits.

Nedēļas diena	Pirmdiena	Otrdiena	Trešdiena	Ceturtdiena	Piektdiena
Pārdoto ģitāru skaits	2	4	3	5	x

26.1. (1 punkts) Vidēji vienā dienā pārdeva 4 ģitāras. Aprēķini, cik ģitāru pārdeva piektdienā.

$\frac{2+4+3+5+x}{5} = 4$	$x = 20 - 14 = 6 \text{ ģitāras}$
---------------------------	-----------------------------------

Vērtēšanas kritēriji	Punkti
26.1. Aprēķina ģitāru skaitu – 1 punkts.	1 punkts

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdziens “aritmētiskais vidējais”, tā nozīme.
Prasmes, kuras var ietekmēt skolēna sniegumu.	Nolasa informāciju no tabulas. Izprot vidējā aritmētiskā jēgu reālā kontekstā. Veic darbības ar naturāliem skaitļiem.
Izziņas darbības līmenis	II

Tipiskākie skolēnu risinājumi uzdevumā 26.1.:

1. Skolēns aprēķina, cik ģitāru pārdeva visas nedēļas laikā, ja zināms, ka dienā vidēji pārdeva 4 ģitāras. Tad aprēķina piektdien pārdoto skaitu, no visa kopējā skaita atņemot tabulā doto instrumentu skaitu katrā dienā. Darbības tiek veidotas dažādi – gan izmantojot saistīto pierakstu, gan veidojot atsevišķus aprēķinus.

$$\begin{array}{l}
 5 \cdot 4 = 20 - \text{ģitāras izjāpārdē pa 5 dienām.} \\
 20 - 14 = 6 - \text{ģitāras pārdeva piektdienā.} \\
 \begin{array}{l}
 \text{Kop. 5 dienas} \\
 4 \text{ ģitāras / d}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{Kop.} = 5 \cdot 4 = 20 \text{ ģitāras} \\
 2 + 4 + 3 + 5 = 14 \text{ ģitāras} \\
 20 - 14 = 6 \text{ ģitāras (piektdienas ģit.)}
 \end{array}
 \end{array}$$

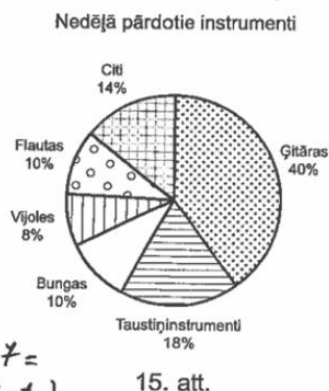
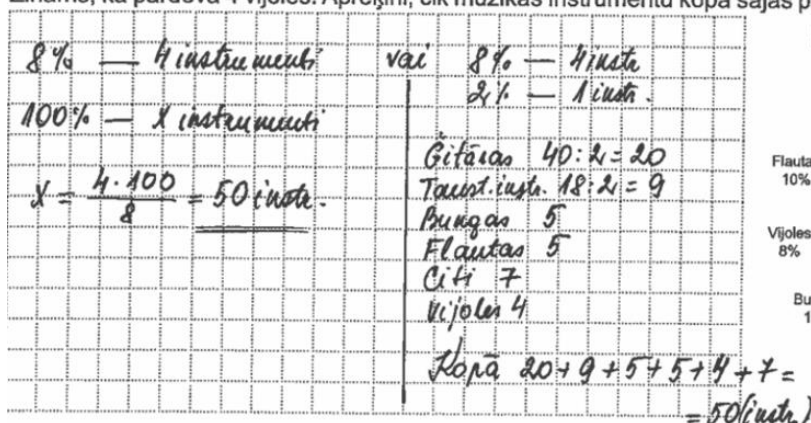
2. Daļa skolēnu izmanto vidējā aritmētiskā aprēķināšanas formulu, ar kuras palīdzību izveido lineāru vienādojumu un aprēķina mainīgā vērtību.

$$\begin{array}{l}
 \text{Vidēji vienā dienā: } \frac{2+4+3+5+x}{5} = 4 \quad \frac{14+x}{5} = 4/5 \quad x = 20 - 14 = 6 \\
 14+x = 20 \quad \text{Atbilde: 6 ģitāras.}
 \end{array}$$

Tipiskākās kļūdas

Neprecizitātes/kļūdas sniegumā	Kā uzlabot sniegumu
$ \begin{array}{l} 14:5 = 2,8 \approx 3 \\ \begin{array}{r} 14 \\ 5 \overline{) 40} \\ \underline{10} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 5 \end{array} \end{array} $ Atbilde: Piektdienā pārdeva 3 ģitāras. $ \begin{array}{l} 2+4+3+5+4 = 14:4 = 3,5 \approx 4 \quad 2+4+14+4 = 18:5 = 3,6 \approx 4 \\ x = 4 - 14 \\ x = 18:4 \quad \text{Atbilde: 4 ģitāras.} \end{array} $	
Šajos risinājumos saskaitīts doto ģitāru skaits četrās dienās, taču tālākā risināšanas gaita neved pie pareiza rezultāta. Nav skaidras izpratnes par vidējā aritmētiskā aprēķināšanas formulu, kā arī rezultātos izmantota noapaļošana, kas, izvērtējot doto situāciju, nesniedz nepārprotamu rezultātu.	Aprēķinot aritmētisko vidējo, skolēnam ir svarīgi saprast, vai atbilde ir vesels skaitlis vai daļskaitlis. To var noteikt, izvērtējot doto situāciju.
$(2+4+3+5):4 = 16:4 = 4(\text{ģitāras})$	
Skolēns vēlējies aprēķināt vidējo aritmētisko četrām konkrēti zināmajām dienām, taču kļūdās saskaitot un iegūst nepareizu rezultātu, līdz ar to tiek izdarīts nekorekts secinājums par piektdien pārdoto ģitāru skaitu.	Šāda veida uzdevumos ir ļoti būtiski veikt pārbaudi, kuras rezultātā var atklāt neuzmanības kļūdas, kas radušās risināšanas procesā. Ja skolēns ikdienas mācību procesā ir attīstījis ieradumu veikt pārbaudi, tas dos iespēju izvairīties un pamanīt neprecizitātes, kas nav radušās zināšanu vai prasmju trūkuma dēļ.

26.2. (2 punkti) Diagrammā (15. att.) attēlots piecās dienās pārdoto instrumentu relatīvais biežums. Zināms, ka pārdeva 4 vijoles. Aprēķini, cik mūzikas instrumentu kopā šajās piecās dienās veikalā pārdeva.



Vērtēšanas kritēriji	Punkti
26.2. Uzraksta izteiksmi/vienādojumu kopējā instrumentu skaita aprēķināšanai vai aprēķina 1 % atbilstošo instrumentu skaitu – 1 punkts. Aprēķina piecās dienās pārdoto instrumentu skaitu – 1 punkts. Risinājums ir strukturēts un saprotami izklāstīts. Parāda vai vārdiski skaidro, kas tiek aprēķināts – “ir”/“nav”.	2 punkti

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdziens “relatīvais biežums”.
Prasmes, kuras var ietekmēt skolēna sniegumu.	Lasot tekstu, saprot, tā saturu kopumā. Iegūst informāciju no diagrammas un teksta. Prot izmantot lielumu attiecības kopējā skaita aprēķināšanai. Veic skaitliskus aprēķinus, izmantojot procentus un skaitliskas vērtības.
Izziņas darbības līmenis	II

Tipiskākie skolēnu risinājumi uzdevumā 26.2.:

1. Viena no skolēnu izmantotajām stratēģijām ir tekstā ieraudzīt informāciju, ka pārdeva 4 vijoles, un šo informāciju sasaistīt ar sektoru diagrammā dotajiem datiem – 8 % no visa kopējā pārdoto instrumentu skaita. Izveidojot atbilstošu vienādojumu, skolēns ar vienas darbības palīdzību aprēķina kopējo pārdoto instrumentu skaitu. Ļoti līdzīgi rīkojas skolēni, kuri izveido atbilstību.

$4 = 8\% \text{ no } x$ Apzīmē: x - pārdoto mūzikas instrumentu skaits
 $x = \frac{100 \cdot 4}{8} = \frac{400}{8} = 50$ (mūzikas instrumenti)
 Atbilde: Šo piecus dienas laikā veikala pārdēva 50 mūzikas instrumentus.

$8\% = 4 \text{ mējos}$
 $100\% = x \text{ instrumenti}$
 $1) \frac{8}{100} \times \frac{4}{x}$
 $2) x = \frac{100 \cdot 4}{8} = \frac{400}{8} = 50 \text{ instrumentus}$
 Atbilde: tāpat kopā šajos piecos dienas pārdēva 50 instrumentus.

2. Lai aprēķinātu kopējo instrumentu skaitu, skolēni aprēķināja, cik instrumentu atbilst vienam procentam. Tad iegūto rezultātu reizināja ar 100 % un aprēķināja kopējo pārdoto instrumentu skaitu.

$20 - 40\% \quad \frac{20}{40} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ (instr.)}$
 $4 - 8\% \quad 1\% = 0,5$
 $100\% = 0,5 \cdot 100 = 50 \text{ (instrumentus)}$
 $(50 \in \mathbb{N})$
 Atbilde: kopā bija pārdēvēti 50 instrumentus.

3. Bija skolēnu darbi, kuros, pretēji iepriekš minētajiem, aprēķināts, cik procentu atbilst vienam pārdotajam instrumentam. Tad 100 % dalīti ar iegūto rezultātu, un iegūts kopējo pārdoto instrumentu skaits.

$1) 8 : 4 = 2\%$
 $2) 100 : 2 = 50 \text{ instrumenti}$
 Atbilde:
 pārdēvēti 50 instrumentus ja vien katrs instrumenti
 $2\% \text{ no } 100\%$

4. Daži skolēni, sasaistot tekstā un diagrammā doto informāciju, risinājumā ieviesa mainīgo un izveidoja lineāru vienādojumu, kuru atrisinot, ieguva uzdevumā prasīto rezultātu.

x , tik instrumentu pārdēvēja skolēni.
 $8\% \cdot x = 4 \quad | : 8$
 $0,08x = 0,5 \quad | \cdot 100$
 $x = 50$

5. Daudzi skolēni aprēķināja katra veida pārdoto instrumentu skaitu un tad saskaitīja visus kopā, iegūstot kopējo pārdoto instrumentu skaitu. Šīs metodes izmantošana patērē vairāk laika, nekā paredzēts, tomēr skolēni arī šādā veidā tiek galā ar uzdevuma risināšanu.

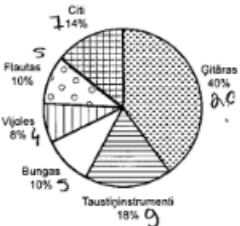
1) $8 : 4 = 2$
 2) $40 : 2 = 20$ ģitāras
 3) $18 : 2 = 9$ taustiņi
 4) $10 : 2 = 5$ bungas
 5) $10 : 2 = 5$ flautas
 6) $14 : 2 = 7$ citi
 7) $4 + 20 + 9 + 5 + 5 + 7 = 50$

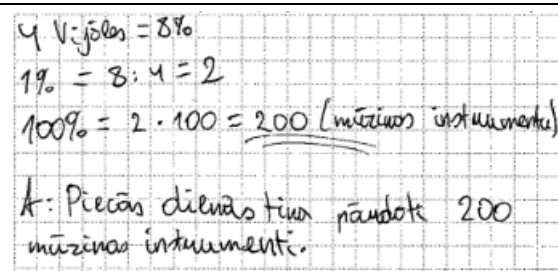
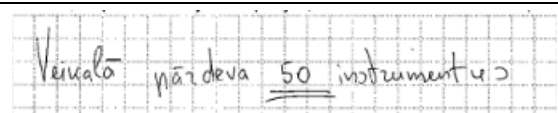
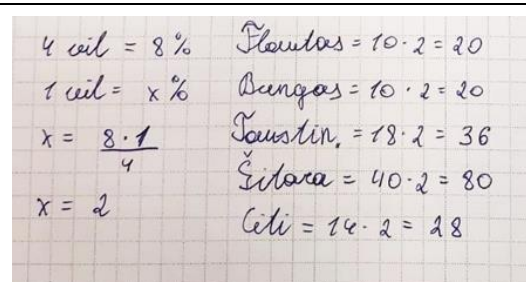
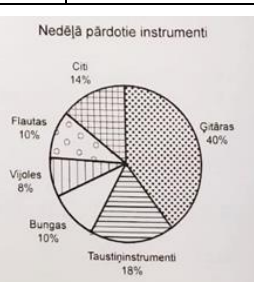
Abilde
 pārdots 50 instrumenti

6. Daļa skolēnu darbības bija veikusi galvā, un darbā netika veikti skaidri aprēķini, kā tika iegūts katra instrumenta skaits, tomēr korekti veikta visu instrumentu kopējā skaita aprēķināšana.

$4 + 5 + 5 + 9 + 7 + 20 = 50$ (instrumenti)

Tipiskākās kļūdas:

Neprecizitātes/kļūdas sniegunā	Kā uzlabot sniegumu
flautas = $10 : 1 = 5$ vijoles = $8 : 1 = 4$ bungas = $10 : 1 = 5$ citi = $14 : 1 = 7$ Taustiņinstrumenti = $18 : 1 = 18$ Ģitāras = $40 : 1 = 40$ Kopā pārdots = $5 + 4 + 5 + 7 + 18 + 40 = 89$ Abilde : kļūdas pārdots 89 ģitāras	Nedēļa pārdotie instrumenti 
Daļa skolēnu kļūdījušies, veicot skaitliskas darbības – gan veicot saskaitīšanu, gan aprēķinot mainīgā vērtību atbilstībā.	Skolēni bieži pieļauj neuzmanības kļūdas, kas ietekmē sniegumu. Būtu nepieciešams katra uzdevuma beigās veikt pārbaudi vai kritiski izvērtēt iegūtā rezultāta atbilstību dotajiem datiem un nosacījumiem.
$\frac{2 + 4 + 3 + 5}{4} = \frac{14}{4} = 3\frac{1}{2}$ jeb 3,5 ir Abilde, kas pārdots ģitāras.	
Skolēns veido skaitlisku izteiksmi, neizprotot katras vērtības nozīmi un savstarpējo saistību – tiek ņemti skaitļi, kas doti uzdevumā, likti aritmētiskā vidējā aprēķināšanas formulā neatbilstošās vietās.	Daļa skolēnu mehāniski veic darbības, par saturu nemaz nedomājot un nesaistot ar reālās dzīves situāciju. Der pārliecināties, vai vispār ir izprasta aritmētiskā vidējā

	formulas būtība un tajā iesaistītie lielumi.
	
Šajā risinājumā tiek sajaukts, kas tiek aprēķināts – vai tiešām 1 % atbilst 2 instrumentiem vai arī 2 % atbilst 1 instrumentam? Rezultātā tiek iegūts skaitlis, kas neatbilst patiesībai.	Ieteicams uzdevuma noslēgumā vēlreiz veikt pārbaudi ar zināmajiem, uzdevumā dotajiem datiem (vijoles, ģitāras), lai pārlicinātos par iegūtā rezultāta korektumu.
	
Skolēns veicis aprēķinu galvā, uzrakstot tikai rezultātu.	Trūkst izpratnes par rīcībvārda “aprēķini” nozīmi.
	
Risinājums uzsākts korekti, pareizi nosakot procentu un instrumentu skaita saistību, taču skolēns kļūdījies, diagrammā dotos procentus reizinot (nevis dalot), lai noteiktu instrumentu skaitu.	Ieteikums vēlreiz salīdzināt aprēķināto informāciju ar uzdevumā doto (ģitāru skaits uzdevumā dots 20, bet rezultātā sanāk 80), veikt pārbaudi vai izvērtēt iegūto atbildi.

Skolēnu risinājumi ļauj spriest par to, ka mācību procesā ir būtiski ne tikai mācīt un iemācīties atsevišķus jēdzienus, to lietošanu tipveida situācijās, bet tas, kā mācām strādāt skolēnus ar dažāda veida informāciju – teksts, tabula, diagramma, ka varam veidot risinājumu pierakstus dažādi, spriest par būtību.

Skolēnu rezultātu un snieguma analīze 2. daļas uzdevumos

Tika analizēts skolēnu sniegums visos eksāmena 2. daļas uzdevumos.

Veicot skolēnu snieguma analīzi, materiālā ir konkrētais uzdevums un tā iespējamais risinājums, vērtēšanas kritēriji eksāmenā, formulēts, kādas zināšanas/izpratne un prasmes var ietekmēt skolēna sniegumu, demonstrēti skolēnu dažādie risinājumi, kā arī tipiskākās novērotās kļūdas un ieteikumi snieguma uzlabošanai.

Tālākajā tekstā, analizējot uzdevumus atsevišķi, netiek numurēti attēli un tabulas.

1. UZDEVUMS

1. uzdevums (3 punkti)

No vienādām sešstūru plāksnēm pēc noteiktas likumsakarības izveidoja figūru virkni (1. att.), kurā ir 15 figūras. Aprēķini, cik plāksņu tika izmantots, lai izveidotu šīs 15 figūras.



1. figūra



2. figūra



3. figūra

1. att.

aritmētiskā progresija

$a_1 = 6, d = 4$

$a_{15} = a_1 + 14d$

$a_{15} = 6 + 14 \cdot 4 = 62$

$S_{15} = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{6 + 62}{2} \cdot 15$

$S_{15} = 510 \text{ (Māksnes)}$

vai

$F_1 = 6$	$F_6 = 26$	$F_{11} = 46$
$F_2 = 10$	$F_7 = 30$	$F_{12} = 50$
$F_3 = 14$	$F_8 = 34$	$F_{13} = 54$
$F_4 = 18$	$F_9 = 38$	$F_{14} = 58$
$F_5 = 22$	$F_{10} = 42$	$F_{15} = 62$

Kopā 510 plāksnes!

Uzd.	Punkti	Vērtēšanas kritēriji
1.	3	Nosaka aritmētiskās progresijas diferenci – 1 punkts. Aprēķina aritmētiskās progresijas piecpadsmīto locekli – 1 punkts. Aprēķina aritmētiskās progresijas pirmo piecpadsmīto locekļu summu – 1 punkts.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Aritmētiskā progresija – ar katru nākamo figūru pieaug vienāds skaits plāksņu. Virknes pirmo n locekļu summa (arī tad, ja nav tiešā veidā formulēts).
Prasmes, kuras var ietekmēt skolēna sniegumu	Saskata, formulē likumsakarības “figūru virknē”. Pāriet no viena virknes uzdošanas veida uz citu. Saskata likumsakarību un pieraksta to, lietojot pieņemtos apzīmējumus. Izvēlas atbilstošu paņēmieni, veicot skaitliskos aprēķinus ar reāliem skaitļiem matemātiskā un reālā kontekstā.

Tipiskākie skolēnu risinājumi:

1. skolēns pareizi nosaka pirmās figūras plākšņu skaitu, par cik plāksnēm palielinās katra nākamā figūra un aprēķina 15. figūras veidošanai nepieciešamo plākšņu skaitu, bet nenosaka kopējo plākšņu skaitu, lai izveidotu visas 15 figūras.

Doti: $a_1 = 6$ $a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$ *Atrūde: lai izveidotu 15.*
 $d = 4$ *Aprēķins:* *formu, izmantoja 62 plākš-*
 $n = 15$ $a_{15} = a_1 + d \cdot 14$ *nītes.*
Jāaprēķina: $a_{15} = 6 + 4 \cdot 14$
 $a_{15} = 62$

Lai uzzinātu, kas skolēnam jāaprēķina, var pārformulēt jautājumu saviem vārdiem, piemēram, vai jāzina, cik plākšņu tika izmantots pēdējā figūrā vai cik plākšņu bija vajadzīgs, lai izveidotu visas 15 figūras? Izmanto stratēģiju – apskati vienkāršāku problēmu,⁸ kurā būtu tikai pirmās 3 figūras, lai saprastu, kas jāaprēķina, un atgriezies pie savas problēmsituācijas.

2. Lai aprēķinātu 15. figūras plākšņu skaitu, skolēni veido paši savas likumsakarības, balstoties vizuālā attēlā, nevis aritmētiskās progresijas formulās.

- 1) Skolēns pieskaita diferenci, aprēķinot 15. figūrai nepieciešamo plākšņu skaitu. Šī metode ir viegli izpildāma, taču laikietilpīga, ar lielu risku pieļaut aritmētiskas kļūdas, jo jāveic daudzi saskaitīšanas soļi.

tika izmantotas 62 plākšnes

$$6 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$$

- 2) Skolēna risinājuma pirmajā solī tiek aprēķināts plāksniņu skaits, ja 15. figūra tiktu veidota no 15 vienādām figūrām, kur katrai būtu 6 plāksnītes (kā 1. attēlā). 2. solī skolēns atņem nevajadzīgās 2 plāksnītes no katras nākamās figūras, lai izveidotu flīžu raksts. Tomēr šajā piemērā metode nav skaidri formulēta un bez skaidrojuma nav viegli saprotama citam lasītājam.

$6 \cdot 15 = 90$
 $90 - 2 \cdot 14 = 62$
Atrūde: tika izmantotas 62 plākšnes, lai izveidotu 15 figūras.

⁸ https://www.apgads.lu.lv/fileadmin/user_upload/lu_portal/apgads/izdevumi/2025/Matematikas_metodika_1-6.pdf

Līdzīgs risinājums, bet ar skolēna daļēju skaidrojumu, tiek demonstrēts nākamajā piemērā, kas citam lasītājam ļauj viennozīmīgāk saprast skolēna rīcības soļus.

$$\begin{aligned}
 &15 \text{ figūra Bus } 62 \text{ plāksņu} \\
 &6 \cdot 15 = 90 \\
 &90 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 = 62 \\
 &\text{Kad pievienojas 1 figūra tad p. no plāksņu skaita} \\
 &\text{atvienojas 2}
 \end{aligned}$$

- 3) Tā kā pirmajām trīs figūrām zīmējumā jau ir redzams plāksņu skaits, atlikušās 12 figūras ir tās, kuru plāksņu skaitu vēl nepieciešams iegūt. Otrajā solī skolēns nosaka, ka katra nākamā figūra palielinās par 4 plāksnēm. Trešajā solī pie jau redzamajām 14 plāksnēm jāpievieno vēl 48, lai iegūtu 15. figūras plāksņu skaitu.

$$\begin{aligned}
 &1) 15 - 3 = 12 \text{ figūras} \\
 &2) 12 \cdot 4 = 48 \\
 &3) 48 + 14 = 62 \text{ kopā} \\
 &\text{At: 15 figūra izmantots 62 plāksņus.}
 \end{aligned}$$

3. Lai aprēķinātu summu, skolēns saskata likumsakarību, no attēla pareizi nolasa, ka plāksņu skaits katrā nākamajā figūrā palielinās par 4, izveido virkni un skaita visus tās elementus kopā. Risinājums ir korekts un labi saprotams, jo skolēns parāda risinājuma soļus.

$$\begin{aligned}
 &\text{1. figūra} = a_1 = 6 \text{ plāks. } (d = 4) \\
 &a_2 = 6 + 4 = 10 \text{ plāks. } a_3 = 14 \text{ plāks. } a_4 = 18 \text{ plāks. } a_5 = 22 \text{ plāks. } a_6 = 26 \text{ plāks.} \\
 &a_7 = 30 \text{ plāks. } a_8 = 34 \text{ plāks. } a_9 = 38 \text{ plāks. } a_{10} = 42 \text{ plāks. } a_{11} = 46 \text{ plāks. } a_{12} = 50 \text{ plāks.} \\
 &a_{13} = 54 \text{ plāks. } a_{14} = 58 \text{ plāks. } a_{15} = 62 \text{ plāks.} \\
 &\text{Kopā } a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15} = \text{kopā} \\
 &6 + 10 + 14 + 18 + 22 + 26 + 30 + 34 + 38 + 42 + 46 + 50 + 54 + 58 + 62 = 510 \text{ (p.)} \\
 &\text{Atbilde: Tātad piekās 15 figūrām izmantoja 510 plāksnes.}
 \end{aligned}$$

Ja dota vairāku skaitļu saskaitīšana, skolēns demonstrē prasmi izvērtēt, vai ir izdevīgi saskaitāmos pārvietot vai savienot, veicot skaitliskus aprēķinus ar skaitļiem.

$$a_1 = 6 \quad a_2 = 10 \quad ; \quad d = a_2 - a_1 = 10 - 6 = 4$$

$$a_n = a_{n-1} + d = a_{n-1} + 4$$

$$\begin{array}{ll} a_3 = 14 & a_{12} = 46 + 4 = 50 \\ a_4 = 14 + 4 = 18 & a_{13} = 50 + 4 = 54 \\ a_5 = 18 + 4 = 22 & a_{14} = 54 + 4 = 58 \\ a_6 = 22 + 4 = 26 & a_{15} = 58 + 4 = 62 \\ a_7 = 26 + 4 = 30 & \\ a_8 = 30 + 4 = 34 & \\ a_9 = 34 + 4 = 38 & \\ a_{10} = 38 + 4 = 42 & \\ a_{11} = 42 + 4 = 46 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6 + 10 + 14 + 18 + 22 + 26 + 30 + 34 + 38 + 42 + 46 + 50 + 54 + 58 + 62 = 20 + 10 + 40 + 70 + 60 + 30 + 80 + 100 + 50 + 120 = 510 - \text{plakšņu iz nepieciešams. Lai izveidot 15 figūras.} \end{array}$$

Lai gan šāds paņēmieni ir izmantojams, tas prasa vairāk laika un precizitātes. Iegūstot katru virknes locekli atsevišķi, var rasties aritmētiska kļūda, kas ietekmē visu nākamās virknes locekļu vērtību un kopējo summu. Risinājums var aizņemt vairāk laika, lai izlabotu pamanītu kļūdu, gan arī kļūt neprecīzāks.

$$\begin{array}{l} 6 + 10 + 14 + 18 + 22 + 26 + 30 + 34 + 38 + 42 + 46 + 50 + 54 + 58 + 62 = 510 \text{ (plakšņos 15 figūras, nāmi)} \\ \text{Ar lai izveidotu 15 figūras nepieciešamas 510 plakšņi.} \end{array}$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \quad d = 10 - 6 = 4 \quad 1) \quad \begin{array}{ll} a_1 = 6 & a_7 = 30 \\ a_2 = 10 & a_8 = 34 \\ a_3 = 14 & a_9 = 38 \\ a_4 = 18 & a_{10} = 42 \\ a_5 = 22 & a_{11} = 46 \\ a_6 = 26 & a_{12} = 50 \\ & a_{13} = 54 \\ & a_{14} = 58 \\ & a_{15} = 62 \end{array}$$

$$a_n - \text{figūra}$$

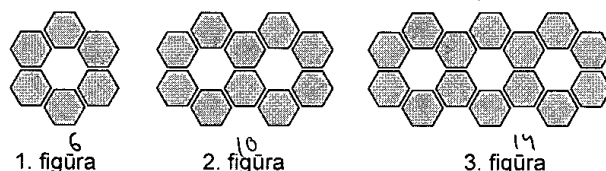
$$\text{skaitlis} - \text{plakšņu skaits}$$

$$2) \quad 6 + 10 + 14 + 18 + 22 + 26 + 30 + 34 = 160 + 38 + 42 + 46 + 50 + 54 + 58 + 60 = 508 - \text{plakšņi}$$

Atbilde: lai izveidotu 15 figūras, ir nepieciešamas 508 sešstūru plakšņi.

4. Skolēni lieto dažādas stratēģijas:

- 1) veido plānu, aprakstot, kas tiek darīts;
- 2) uzraksta formulu, kas jāaprēķina, un spriež atpakaļgaitā par to, kādi lielumi nepieciešami;



1. figūra

2. figūra

3. figūra

1. att.

1) Aprēķina 15. figūras plākšņu daudzumu.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$a_{15} = 6 + (15-1) \cdot 4$$

$$a_{15} = 6 + 56$$

$$a_{15} = 62$$

2) Aprēķina, cik plākšņu tiks izmantotas 15 figūru izveidai.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_{15} = \frac{(6 + 62) \cdot 15}{2} = \frac{68 \cdot 15}{2} = 510 \text{ (plākšņi)}$$

Atbilde. Lai izveidotu 15 figūras, jāizmanto 510 plākšņi.

- 3) veido tabulu, kas palīdz saskatīt likumsakarību un padara risinājumu pārskatāmu;

Figūra	1	2	3	4	5	
Plākšņu sk.	6	10	14	18	22	$d=4$

$a_{15} = 6 + (15-1) \cdot d = 62$ ir skaits 15 figūrai

$S_{15} = \frac{(6 + 62) \cdot 15}{2} = 510$ tik plākšņi būs vajadzīgas lai uzturētu visas 15 figūras

- 4) saskata citas sakarības, piemēram, ka katram nākamajam virknes loceklim papildus pievienotas 4 plākšņi. Skolēns izprot, ka jāreķina kopējais plākšņu skaits visām 15 figūrām, sadalot to divās daļās, kur apskata pamatdaļu jeb figūru, kas veidojas no 6 plākšņiem, un pieaugumu, ka katrai figūrai ir par 4 plākšņiem vairāk.

$a_1 = 6$ $d = 4$

$4 \cdot 105 = 420$

$15 \cdot 6 = 90$

$90 + 420 = 510$

$A = 510 \text{ plākšņi}$

$$f_1 = 6$$

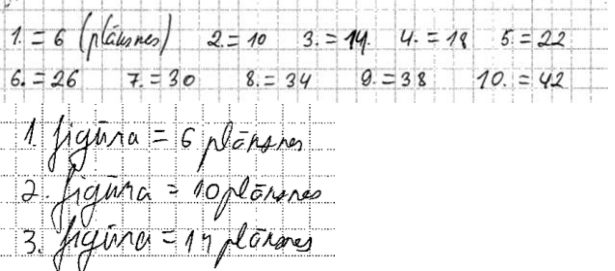
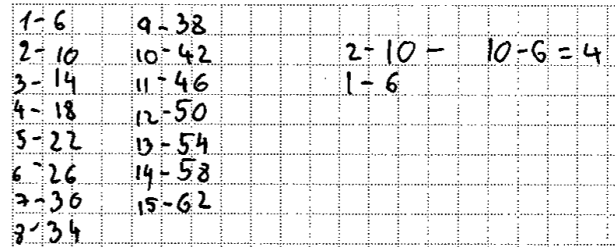
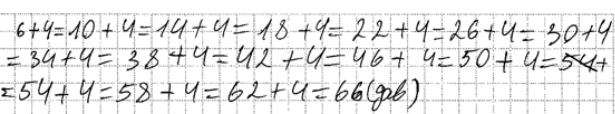
$$f_2 = 10$$

$$d = f_2 - f_1 = 10 - 6 = 4$$

$$f_{15} = 15f_1 + 105d = 15 \cdot 6 + 105 \cdot 4 = 90 + 420 = 510$$

Atb.
lai izveidotu šīs 15 figūras tika izmantotas 510 plāksnes.

5. Veicot uzdevumu, ir jāpievērš uzmanība matemātiskās valodas lietošanai.

Skolēnu risinājumi	Kā uzlabot sniegumu
	Paši skaitļi ir pareizi, taču pieraksts “1. = 6” nav matemātiski korekts, jo vienādība starp kārtas numuru un elementu skaitu nepastāv. Lai uzlabotu risinājumu, būtu jānorāda, ka tie ir virknes locekļi, piemēram, $a_1 = 6$, $a_2 = 10$, ..., vai jāveido tabula, kas būtu matemātiski pareizs risinājums, neveidojot iespēju radīt pārpratumus.
	Skolēns ir noteicis pareizās vērtības, taču matemātiskā valoda nav korekta, un tas var maldināt lasītāju. Pieraksts “1 – 6”, “2 – 10” atgādina atņemšanas darbību (piemēram, $1 - 6 = -5$), nevis apgalvojumu “1. figūrā ir 6 plāksnes”. Pārpratumu pastiprina arī differences aprēķins “10 – 6 = 4”, kas šajā situācijā tiešām ir atņemšanas darbība. Lai risinājums būtu nepārprotams, jānorāda, ka tās ir virknes vērtības, piemēram, $a_1 = 6$, $a_2 = 10$, ..., vai jāveido tabula, novēršot iespēju radīt pārpratumu. Tāpat differences aprēķinā būtu nepieciešams īsi paskaidrot darbību, piemēram $d = 10 - 6 = 4$, vārdiski: “Lai no 1. figūras iegūtu 2. figūru, nepieciešams pievienot 4 plāksnes,” vai kā citādi demonstrēt risinājuma gaitu, skaidri norādot, kas tiek darīts un kāpēc.
	Aplūkojot atsevišķu vienādību “10 + 4 = 14 + 4”, tā ir aplama. Vienādības zīmes saistītajā pierakstā drīkst lietot tikai tad, ja visas daļas ir patiesi vienādas, piemēram, $6 + 4 = 10 = 14 - 4$. Šajā situācijā tas nav spēkā. Skolēns varētu sakārtot darbības kolonnās vai grupās pa vairākiem locekļiem.

2. UZDEVUMS

2. uzdevums (4 punkti)

Atrisini nevienādību.

$$\frac{1}{5}(5x-8) + \frac{1}{10}(2-5x) > x+2$$

$$x - 1,6 + 0,2 - 0,5x > x + 2 \quad \text{vai} \quad / \cdot 10 \quad 2(5x-8) + (2-5x) > 10x + 20$$

$$0,5x - 1,4 > x + 2 \quad 10x - 16 + 2 - 5x > 10x + 20$$

$$0,5x - x > 1,4 + 2 \quad 5x - 14 > 10x + 20$$

$$-0,5x > 3,4 \quad / : (-0,5) \quad -5x > 34 \quad / : (-5)$$

$$\underline{x < -6,8} \quad \underline{x < -6,8}$$

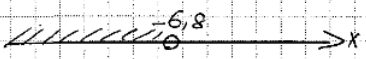
$$(x \in (-\infty; -6,8))$$

Uzd.	Punkti	Vērtēšanas kritēriji
2.	4	Veic ekvivalentus pārveidojumus (atver abas iekavas vai reizina abas nevienādības puses ar skaitli un atver iekavas) – 1 punkts. Veic ekvivalentu pārveidojumu (savelk līdzīgos saskaitāmos) – 1 punkts. Abām nevienādības pusēm pieskaita vai atņem skaitli vai izteiksmi, doto nevienādību pārveidojot formā $ax < b$ – 1 punkts. Atrisina nevienādību, ievērojot zīmju maiņu, – 1 punkts.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Atrisināt nevienādību nozīmē noteikt visus atrisinājumus – nevienādības atrisinājumu kopu. Nevienādību var atrisināt, ekvivalenti pārveidojot, spriežot un izmantojot lielumu salīdzināšanu. Ekvivalentie pārveidojumi.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu.	Veic darbības ar reāliem skaitļiem (saskaita, atņem, reizina vai daļa), izvēloties atbilstošu skaitļa pieraksta veidu, lietojot darbību īpašības, saistību starp darbībām. Veic darbības ar monomiem un polinomiem, piemēram, reizinot skaitli ar binomu, savelkot līdzīgos saskaitāmos. Atrisina lineāru nevienādību, izvēloties sev piemērotāko vai situācijai atbilstošāko risinājuma paņēmieni.
Izziņas darbības līmenis	II

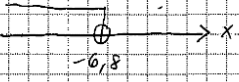
1. Tipiskākos skolēnu risinājums var iedalīt 3 grupās pēc skolēna pirmās darbības:
 1) pārveido reizinātājus par decimālskaitļiem; 2) reizina daļas ar starpībām un turpina darboties ar daļskaitļiem; 3) vienādojuma abas puses reizina ar 10. Tomēr ir arī citi paņēmieni, piemēram, uzraksta reizinājumu kā daļu un vienādo saucējus u. c.

Skolēni, kuri pirmajā solī reizinātājus pārveido par decimāldaļām, veiksmīgāk spēja turpināt un atrisināt doto lineāro nevienādību.

$$\begin{aligned} \frac{1}{5}(5x-8) + \frac{1}{10}(2-5x) &> x+2 \\ x-1,6+0,2-0,5x &> x+2 \quad | +1,6 \\ x+0,2-0,5x &> x+3,6 \quad | -0,2 \\ x-0,5x &> x+3,4 \quad | -x \\ -0,5x &> 3,4 \\ -0,5x &> 3,4 \quad | :(-0,5) \\ x &< -6,8 \\ x &\in (-\infty; -6,8) \end{aligned}$$


Daļa no skolēniem kā pirmo soli izvēlējās reizināt abas puses ar 10. Šajā situācijā biežāk pieļautās kļūdas bija, ka skolēni pareizināja tikai kreiso pusi vai pareizināja tikai vienu no saskaitāmajiem labajā vienādojuma pusē.

Pareizs risinājums:

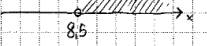
$$\begin{aligned} \frac{1}{5}(5x-8) + \frac{1}{10}(2-5x) &> x+2 \quad | \cdot 10 \\ 2(5x-8) + 1(2-5x) &> 10x+20 \\ 10x-16+2-5x &> 10x+20 \\ -5x &> 20+14 \\ -5x &> 34 \quad | :(-5) \\ x &< -\frac{34}{5} \\ x &< -6,8 \end{aligned}$$


Atbilde: $x \in (-\infty; -6,8)$

Tipiskākās kļūdas skolēnu risinājumā, ja abas vienādojuma puses reizina ar skaitli.

$$\begin{aligned} \frac{1}{5}(5x-8) + \frac{1}{10}(2-5x) &> x+2 \quad | \cdot 10 \\ 2(5x-8) + (2-5x) &> x+20 \\ 10x-16+2-5x &> x+20 \end{aligned}$$

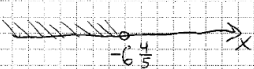
vai

$$\begin{aligned} \frac{1}{5}(5x-8) + \frac{1}{10}(2-5x) &> x+2 \quad | \cdot 10 \\ 2(5x-8) + 1(2-5x) &> x+20 \\ 10x-16+2-5x &> x+20 \\ 5x-14 &> x+20 \\ 5x-x &> 20+14 \\ 4x &> 34 \quad | :4 \\ x &> 8,5 \end{aligned}$$


Atbilde: $x \in (8,5; +\infty)$

Lai gan skolēns turpina risinājumu pareizi, šajās situācijās skolēniem nav iespējas demonstrēt prasmi atrisināt nevienādību, ievērojot zīmju maiņu.

Tomēr visbiežāk skolēni pieņem lēmumu veikt ekvivalentos pārveidojumus, izmantojot daļas.

Pareizs risinājums: Atrisini nevienādību. $\frac{1}{5}(5x-8) + \frac{1}{10}(2-5x) > x+2$ $x - 1\frac{3}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10}x > x+2$ $x - \frac{1}{10}x - x > 2 + 1\frac{3}{5} - \frac{1}{5}$ $-\frac{1}{10}x > 3\frac{2}{5} \quad :(-\frac{1}{10})$ $x < -\frac{17 \cdot 2}{5 \cdot 1}$ $x < -\frac{34}{5}$ $x < -6\frac{4}{5}$ 	Tipiskākās kļūdas skolēnu risinājumā, ja veic darbības ar daļām: 1) kļūdās, dalot daļu ar daļu; $-\frac{1}{10}x > \frac{17}{5} \quad :(-\frac{1}{10})$ $x < \frac{10}{17}$ 2) kļūdās, saaisnot daļas; $\frac{5x}{5} - \frac{8}{5} + \frac{2}{10} - \frac{5x}{10} > x+2$ $x - 1\frac{3}{5} + \frac{1}{5} - \frac{x}{5} > x+2$ 3) kļūdās, reizinot daļu ar veselu skaitli. $\frac{1}{5}(5x-8) + \frac{1}{10}(2-5x) > x+2$ $\frac{5x}{25} - \frac{8}{10} + \frac{2}{20} - \frac{5x}{50} > x+2$
--	---

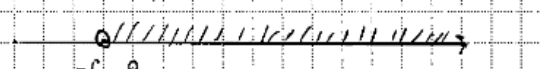
2. Gandrīz katra pareiza risinājuma beigās skolēni savu rezultātu izsaka gan kā nevienādību, gan ar intervālu, gan attēlojot uz skaitļu taisnes, kas ir nevienādības atrisinājuma trīs dažādas pieraksta formas.

Risinājums nav nepareizs, bet ir skolēni, kuri, pierakstot atrisinājumu dažādās formās, aplami interpretē nevienādības zīmi un sniedz pretrunīgas atbildes. Skolēns, reizinot abas nevienādības puses ar negatīvu skaitli, ievērojot zīmju maiņu, nav pareizi atrisinājis nevienādību.

$$-0,5x > 3,4 \quad | :(-0,5)$$

$$x < -6,8$$

Atbilde. $x \in [-6,8; +\infty)$



3. Skolēnu tipiskākās kļūdas un stratēģijas, kā rīkoties, lai pārbaudītu savu risinājumu:

- 1) Veicot ekvivalento pārveidojumu, skolēns kļūdās aprēķinos. Šajā situācijā skolēns varēja pārbaudīt savu risinājumu, izmantojot kalkulatoru, kas viņam ir pieejams eksāmena 2. daļā, vai izvēlēties skaitli, kurš pieder šim intervālam, piemēram, -2 , un ievietot to dotajā nevienādībā, kā arī spriest no beigām, pareizino abas vienādojuma puses ar $-0,5$, lai iegūtu iepriekšējā soļa nevienādību.

$$-0,5x > 3,4 \quad | :(-0,5)$$

$$x < -1,7$$

- 2) Pēdējā solī, dalot abas nevienādības puses ar negatīvu skaitli, skolēns ievēro nevienādības zīmju maiņu, bet aizmirst par pozitīva un negatīva skaitļa dalījuma zīmi. Šajā situācijā skolēns var pārbaudīt savu risinājumu, piemēram, dotajā nevienādībā ievietojot vienu vērtību no atrisinājuma kopas un pārbaudot, vai sanāk patiesa skaitliska nevienādība. Šis gan nav drošs paņēmieni, jo skolēns var izvēlēties ievietot vērtību, kas var būt arī dotās nevienādības atrisinājuma kopā.

$$\begin{aligned} -5x &> 34 : (-5) \\ x &< 6,8 \end{aligned}$$

- 3) Risināšanas procesā skolēni nereti pārvērs doto nevienādību par vienādojumu un turpina risināt vienādojumu, atbildi pierakstot kā vienādojuma sakni, nevis nevienādības atrisinājumu. Ieteicams mudināt skolēnus risinājuma noslēgumā atgriezties pie uzdevuma nosacījuma un pārbaudīt, kas bija prasīts, un novērtēt, vai iegūtā atbilde ir atbilstoša nevienādības atrisinājumam.

$$\begin{aligned} \frac{1}{5}(5x-8) + \frac{1}{10}(2-5x) &> x+2 \\ \frac{1 \cdot 5}{5}x - \frac{8 \cdot 1}{5} + \frac{1 \cdot 2}{10} - \frac{1 \cdot 5}{10}x &> x+2 & x+6,8=0 \\ \frac{5}{5}x - \frac{8}{5} + \frac{2}{10} - \frac{5}{10}x &> x+2 & x = \underline{\underline{-6,8}} \\ 1x - \frac{8}{5} + \frac{2}{10} - \frac{5}{10}x &> x+2 \\ x - 1,6 + 0,2 - 0,5x - x - 2 &> 0 \\ -0,5x - 3,4 &> 0 \\ -0,5x - 3,4 = 0 & : (-0,5) \end{aligned}$$

3. UZDEVUMS

3. uzdevums (5 punkti)

Stallī ir 88 nodalījumi. Katrā nodalījumā var izmitināt vienu zirgu vai vienu poniju. Ir aizņemti 75% nodalījumu. Maijā par viena ponija izmitināšanu jāmaksā 180 eiro un par viena zirga izmitināšanu jāmaksā 270 eiro. Šajā mēnesī stalla īpašnieks par zirgu un poniju izmitināšanu kopā saņēma 16650 eiro. Aprēķini, cik zirgu maijā tika izmitināti stallī.

Aizņemto nodalījumu skaits $75\% \text{ no } 88 = 66 \text{ nodalījumu}$

poniji 180 €

zīrgi 270 €

$x \dots \text{zīrgu skaits}$

$66 - x \dots \text{poniju skaits}$

$$270x + 180(66 - x) = 16650$$

$$270x + 11880 - 180x = 16650$$

$$90x + 11880 = 16650$$

$$90x = 4770$$

$$x = 53$$

ATB. 53 zīrgi

$x \dots \text{zīrgu skaits}$

$y \dots \text{poniju skaits}$

$$\begin{cases} 270x + 180y = 16650 \\ x + y = 66 \end{cases} \quad | \cdot (-180)$$

$$\begin{cases} 270x + 180y = 16650 \\ -180x - 180y = -11880 \end{cases}$$

$$+ \quad \quad \quad 90x = 4770$$

$$x = 53$$

ATB. 53 zīrgi

Uzd.	Punkti	Vērtēšanas kritēriji
3.	5	Aprēķina aizņemto nodalījumu skaitu – 1 punkts. <i>I variants:</i> Aprēķina aizņemto nodalījumu skaitu – 1 punkts. Ievieš mainīgo un izsaka otru lielumu – 1 punkts. Uzraksta atbilstošu vienādojumu – 1 punkts. Atrisinā vienādojumu – 2 punkti <i>II variants:</i> Aprēķina aizņemto nodalījumu skaitu – 1 punkts. Ievieš mainīgos un uzraksta vienādojumu sistēmu – 2 punkti. Aprēķina zirgu skaitu, risinot vienādojumu sistēmu, – 2 punkti.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Aprēķinot procentus no skaitļa, rīkojas tāpat, kā aprēķinot vērtību daļai no skaitļa. Situāciju matemātiskam aprakstam var izmantot divus un vairāk nezināmos. Lai vienādojumu sistēmu atrisinātu analītiski, ar matemātiski korektiem pārveidojumiem izveido vienādojumu ar vienu nezināmo. Vienādojumu var risināt ar dažādiem paņēmieniem: spriežot, izmantojot sakarības starp lielumiem vienādībā,
--------------------------	---

	vienādojumu pārveidojot par ekvivalentu – vienkāršāku vienādojumu. Ja vienādojuma abām pusēm pieskaita vai no vienādojuma abām pusēm atņem, vai abas puses reizina/dala ar vienu un to pašu skaitli, iegūst ekvivalentu vienādojumu.
Prasmes, kuras var ietekmēt skolēna sniegumu.	Lieto daļas, procentus, procentuālo samazinājumu ar matemātisku, citu mācību jomu un reālu kontekstu, to skaitā izmantojot digitālos rīkus. Pieraksta algebriskas izteiksmes, sakarības, izvēloties un lietojot burtu simbolus atbilstoši kontekstam. Modelē ar skaitliskām vai algebriskām izteiksmēm, vienādojumiem un to sistēmām situāciju ar reālu kontekstu. Jaunā situācijā atrisina problēmu, veicot visus matemātiskās modelēšanas soļus.
Izziņas darbības līmenis	III

- Aprēķinot aizņemto nodalījumu skaitu, skolēniem bija nepieciešams aprēķināt procentus no veselā. Skolēnu risinājumos atklājas domāšanas veidi, priekšstati par daļām un skolēnu spēja operēt ar skaitļiem. Skolēni izmanto dažādas stratēģijas, lai aprēķinātu 75 % no 88, piemēram, pārveido procentus par daļu vai decimāldaļu:

$$88 \cdot 0,75 = 66 - \text{tām nodalījumiem stalli bija aizņemti maijā.}$$

$$75\% \text{ no } 88 = \frac{3}{4} \text{ no } 88 = 66 \dots \text{tik ir aizņemti nodalījumi.}$$

Izmantojot proporciju:

$$\begin{array}{l} 88 = 100\% \\ x = 75\% \\ 100x = 75 \cdot 88 = \\ 100x = 6600 \quad | :100 \\ x = 66, \text{ tāpēc ir aizņemti} \\ 66 \text{ stalli.} \end{array}$$

nodalījumi	%
88	100
n	75

$$n = 88 \cdot 75 : 100 = 66 \text{ (nodalījumi)}$$

tik nodalījumi bija aizņemti.

P

Sadalot procentus ērtās daļās vai nosakot viena procenta vērtību:

Apsīņojumi: x ... tik zīgu izmitināja mācā
 y ... tik pariju izmitināja mācā
 $180y$... tik euro nopelnīja par pariju izmitināšanu
 $270x$... tik euro nopelnīja par zīgu izmitināšanu.

x ... tik zīgi tika apmācāti.
 $66-x$... tik pariji tika izmitināti.

$(66-x) \cdot 180$... tik saņemta euro par izmitinātajiem parijiem.

$x \cdot 270$... tik saņemta euro par izmitinātajiem zīgiem.

4. Skolēnu, kuri veiksmīgi tikuši galā ar uzdevumu, risinājumus var iedalīt trīs daļās.

Vienādojumu sistēmas veidošana

75% no 88... aizņemtu nodalījumu
 $180x$... jāmaksā par pariju... jāmaksā par zīgiem
 $270y$... jāmaksā par zīgiem
 16650 euro... saņemta kopā nauda

1) 75% no $88 = \frac{3}{4}$ no $88 = 66$... tik ir aizņemtu nodalījumu

$$\begin{cases} 16650 = 180x + 270y \\ 66 = x + y \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -450x = -16650 \quad | :(-450) \\ 450x = 16650 \quad | :450 \\ x = 37 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 66 = x + y \\ 66 = 37 + y \\ 66 - 37 = y \\ 29 = y \quad y = 29 \text{ (pariji)} \end{array}$$

Atbilde:
 $29 \cdot 270 = 7730$ euro
 $37 \cdot 180 = 6660$ euro
 $7730 + 6660 = 14390$ euro

Ši ir skolēnu visbiežāk izmantotā pieeja, kurā skolēni vispirms norāda uzdevumā iesaistītos lielumus, nosaka sakarības starp tiem un izveido vienādojumu sistēmu, pārejot no situācijas apraksta uz simbolisku matemātisko valodu. Rezultātā skolēns veic visus matemātiskās modelēšanas soļus: problēmas raksturošana matemātiski, matemātiskais risinājums, problēmas atrisinājums, tā interpretācija un pārbaude.

Viena vienādojuma veidošana

1) Aprēķina, cik nodalījumu ir aizeņanti:
 $75\% \text{ no } 88 = \frac{75 \cdot 88}{100} = 66 \text{ (aizeņanti nodalījumi)}$

2) Konstruē vienādojumu

Apzīmē:

x = izmitinātie zirgi

$66 - x$ = izmitinātie poniji

$$270x + 180(66 - x) = 16650$$

$$270x + 11880 - 180x = 16650$$

$$270x - 180x = 16650 - 11880$$

$$90x = 4770 \quad | : 90$$

$$x = 53 \text{ (zirgi)}$$

Atbilde: Maija stallī tika izmitināti 53 zirgi.

Skolēns neveido divu vienādojumu sistēmu, bet gan apvieno abus lielumus vienā vienādojumā, izmantojot ievietošanu jau pašā modelēšanas sākumā.

Ar spriedumiem un salīdzinājumiem

75% no 88 = 66... tie nodalījumi ir aizeņanti.
 $4e = 270e$
 $1p = 180e$
 $270e + 180e = 450e$... tāds ir izmitinājums par laiku un tērpiem izmitinājumiem.
 $270e - 180e = 90e$... tāds ir atšķirības laiks + tērpi un izmitinājumu skaits.
 Ja stallī izmitināti $\frac{1(33)}{33}$ zirgi un $\frac{1(33)}{33}$ poniji, tad izmitinājums par laiku ir: $450 \cdot \frac{1(33)}{33} = 14850$.
 $16650 - 14850 = 1800$... tie naudas brāviņi.
 $1800 : 90 = 20$, tas liecina, ka stallī ir izmitināti 20 zirgi vairāk nekā poniji.
 $33 + 20 = 53$... tie zirgi atbilst stallī.
 $66 - 53 = 13$... tie poniji atbilst stallī.
 Lai pierādītu šos skaitļus, pierādīsim, ka ir:
 $(53 \cdot 270) + (13 \cdot 180) = 14310 + 2340 = 16650$
 Atbilde: Stallī tika izmitināti 53 zirgi un 13 poniji.

Šajos risinājumos skolēni mazāk balstās formālos vienādojumos vai vienādojumu sistēmas veidošanā, bet vairāk loģiskā salīdzināšanā un spriešanā. Skolēni sāk salīdzināšanu ar vienkāršāku modeli – kāda ir summa, ja zirgu un poniju skaits ir vienāds; tas kļūst par atskaites lielumu, ar kuru salīdzināt reālo situāciju. Izmanto samaksas un cenas starpības, nosaka, par cik eiro mainīsies summa, ja vienu poniju aizstāj ar vienu zirgu. Šādi tiek demonstrēta funkcionāla domāšana, saprotot, kas notiek ar kopējo summas vērtību atkarībā no viena lieluma izmaiņas. Skolēns analizē starpības, salīdzina ar doto situāciju, vērtē rezultātus un secina par nepieciešamo lielumu maiņu.

1) $75\% \text{ no } 88 = \frac{75}{100} \cdot 88 = 66$ (tie nodalījumi un aizeņanti)
 2) Ja poniju un zirgu izmitinājumu nodalījumu skaits būs vienāds, tad izmitinājumu skaits: $33 \cdot 180 + 33 \cdot 270 = 14850$ (eiro)
 3) $16650 - 14850 = 1800$ (eiro) bet tie eiro ir atšķirības starpība starp vienu zirgu un vienu poniju
 4) $270 - 180 = 90$ (eiro) bet tie eiro ir atšķirības starpība starp vienu zirgu un vienu poniju
 5) $1800 : 90 = 20$ (tie) bet tie zirgi galu galā starpība starp vienu zirgu un vienu poniju starpība starp vienu zirgu un vienu poniju
 6) $33 + 20 = 53$ (zirgi) bet maija izmitinājums 53 zirgi
 $66 - 53 = 13$ (poni) bet maija izmitinājums 13 poniji.
 Atbilde: Maija stallī izmitinājums 53 zirgi.

5. Daļa skolēnu atbildi iegūst izmantojot stratēģiju “mini un pārbaudi” un veicot konkrētu mēģinājumu, tomēr to balstot dažādās sakarībās, kas dotas tekstā, piemēram, ka kopā ir 66 dzīvnieki, un pamanot būtisko sakarībā, piemēram, ka zirga cena ir lielāka, tāpēc, palielinot zirgu skaitu, palielināsies kopējā summa, kas ļauj izmantot stratēģiju noteiktā virzienā, nevis nejauši.

$$180 \cdot 20 + 270 \cdot 46 = 16020$$

$$180 \cdot 15 + 270 \cdot 51 = 16470$$

$$180 \cdot 13 + 270 \cdot 53 = 16650$$

Atbilde: Stalli izmitināja 53 zirgus.

3. uzdevums (5 punkti)

Stallī ir 88 nodalījumi. Katrā nodalījumā var izmitināt vienu zirgu vai vienu poniju. Ir aizņemti 75% nodalījumi. Maijā par viena ponija izmitināšanu jāmaksā 180 eiro un par viena zirga izmitināšanu jāmaksā 270 eiro. Šajā mēnesī stalla īpašnieks par zirgu un poniju izmitināšanu kopā saņēma 16650 eiro. Aprēķini, cik zirgu maijā tika izmitināti stallī.

$$1. 75\% \text{ no } 88 = \frac{75 \cdot 88}{100} = \frac{264}{4} = 66 \text{ nodalījumi}$$

Kopumā aizņemti ir 66 nodalījumi.

$$2. 16650 : 270 = 61, (6)$$

Stallī maijā nodarēja būt vairāk par 61 zirgu.

3. ~~270~~

$$16650 - 270 \cdot 61 = 180 \text{€} \rightarrow 61 \text{ zirgs, } 1 \text{ ponijs } 62 \text{ neder}$$

$$16650 - 270 \cdot 60 = 450 \text{€} \rightarrow 60 \text{ zirgi, } 2,5 \text{ poniji } \text{ neder}$$

$$16650 - 270 \cdot 59 = 720 \text{€} \rightarrow 59 \text{ zirgi, } 4 \text{ poniji } 63 \text{ neder}$$

$$16650 - 270 \cdot 58 = 990 \text{€} \rightarrow 58 \text{ zirgi, } 5,5 \text{ poniji } \text{ neder}$$

$$16650 - 270 \cdot 57 = 1260 \text{€} \rightarrow 57 \text{ zirgi, } 7 \text{ poniji } 64 \text{ neder}$$

Tātad var pamanīt sakarību, ka ir reizi, kad zirgu skaits samazina par 2, tad tiek aizņemti par veselu stalla daļu. Tātad 56 zirgi neder, 55 zirgi aizņem 65 nodalījumus, kas arī neder, 54 zirgi neder, bet 53 zirgiem vajadzētu būt, ka kopā ar ponijiem aizņem 66 nodalījumus. Pārbaudīsim!

$$16650 - 270 \cdot 53 = 2340 \text{ €} \Rightarrow \text{Pēc šī var secināt, ka}$$

$$2340 : 180 = 13 \text{ poniji}$$

~~270~~

Atbilde.

Šajā mēnesī stallī tika izmitināti 53 zirgi.

Stratēģiju “Mini un pārbaudi” var izmantot, ja ir ierobežotas iespējas, kā var iegūt atbildi, ir vēlme labāk izprast doto uzdevumu, ir laba ideja, kāda varētu būt atbilde, var sistemātiski mēģināt pārbaudīt versijas, lai iegūtu atbildi, izvēles ir sašaurinātas, izvēloties citu stratēģiju, nav citas acīmredzamas stratēģijas, ko varētu mēģināt izmantot.⁹

Tomēr būtu jāpamato, ka citu iespēju šajā gadījumā nav.

⁹ France, I., Cīrulis, A., Čakāne, I., Hačatrjana, L., Dudareva, I., Brūveris, I., Raituma, L. Matemātikas metodika 1.–6. klasei. Atb. red. I. France. Rīga: LU Akadēmiskais apgāds, 2025. 424. lpp.

Dažkārt, risinot uzdevumus, stratēģijas un paņēmieni tiek kombinēti, piemēram, izveido vienu vienādojumu ar 2 mainīgajiem vai vienādojumu sistēmu, bet tad turpina ar stratēģiju “mini un pārbaudi”.

$$\begin{cases} 240x + 180y = 16650 \\ x + y = 66 \end{cases}$$

$88 : 100 = 0,88$
 $0,88 + 5 = 66$ ~~stalli~~
 $x = 66 - y$
 $240(66 - y) + 180y = 16650$
 $15840 - 240y + 180y = 16650$
 $15840 - 60y = 16650$
 $-60y = 810$
 $y = -13,5$
 $x = 66 - (-13,5) = 79,5$
~~Atbilde. Stalli bija 53 zirgi un 13 poni.~~

6. Risinot problēmsituācijas uzdevumus, skolēns var sevi pārbaudīt un kritiski izvērtēt iegūtos rezultātus, uzdodot sev jautājumus: “Vai problēma ir atrisināta? Vai atbilde atbilst dotajiem nosacījumiem? Vai mani spriedumi ir patiesi un saprotami citiem? Vai iegūtie rezultāti ir ticami?”

Skolēna risinājuma piemērs	Ieteikums
Atbilde. Māja mēnesi zirgu stāls bija iz- mitināti. <u>59 zirgi, kā arī 12 poni.</u>	Vai atbilde atbilst dotajiem nosacījumiem? (Pārbaudīt kopējo cenu)
$x = -119$ $y = 22 - (-119) = 141$ <u>zirgi</u> Atbilde. Stalli bija 141 zirgi	Vai iegūtie rezultāti ir ticami? (Stallī ir 88 nodalījumi)

4. UZDEVUMS

4. uzdevums (5 punkti)

Uzņēmums ir izgatavojis uzlīmi riņķa formā ar logo (2. att.). Uzlīmes diametrs ir 30 cm. Logo ir regulāra deviņstūra formā. Aprēķini, cik procentus no visa uzlīmes laukuma aizņem logo. Rezultātu noapaļo līdz veseliem procentiem. Starprezultātus, ja tādi ir, noapaļo līdz tūkstošdaļām.

O - riņķa centrs, $d = 30 \text{ cm} \Rightarrow r = 15 \text{ cm}$

ΔAOB , $\angle AOB = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$

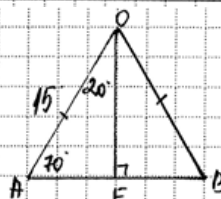
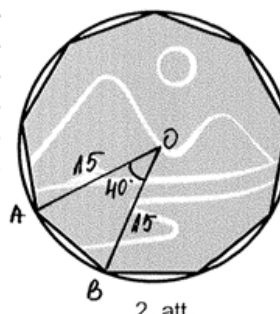
$$S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 15 \cdot \sin 40^\circ \approx$$

$$\approx \frac{1}{2} \cdot 225 \cdot 0,643 \approx 72,338 \text{ (cm}^2\text{)} \quad / (72,314)$$

$$S_{\text{logo}} = 9 \cdot S_{\Delta AOB} = 651,042 \text{ (cm}^2\text{)} \quad / (650,829) \quad (650,822) \quad \text{ja rēķina ar 9st.$$

$$S_{\text{riņķis}} = \pi R^2 = 225\pi \text{ (cm}^2\text{)} \approx 706,5 \text{ (cm}^2\text{)} \quad / (706,858)$$

Cik % aizņem logo? $\frac{S_{\text{logo}}}{S_{\text{riņķis}}} \approx 92\%$



ΔAOB laukums

$$\Delta AOE \quad \cos 20^\circ = \frac{OE}{15}$$

$$OE = 15 \cdot \cos 20^\circ \approx 15 \cdot 0,940 \approx 14,1 \text{ cm}$$

$$\sin 20^\circ = \frac{AE}{15}$$

$$AE = 15 \cdot \sin 20^\circ \approx 15 \cdot 0,342 \approx 5,13 \text{ cm}$$

$$AB = 2AE = 10,26 \text{ (cm)}$$

$$S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} ah \approx 72,333$$

Uzd.	Punkti	Vērtēšanas kritēriji
4.	5	Aprēķina rādiusu un sektora leņķi – 1 punkts. Aprēķina riņķa laukumu – 1 punkts. Aprēķina deviņstūra laukumu – 2 punkti (1 punkts, ja demonstrē izpratni par to, kā aprēķināt, bet pieļauj kādu kļūdu). Aprēķina, kāda daļa no riņķa laukuma ir deviņstūra laukums, un ievēro noteikto precizitāti – 1 punkts.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Riņķa lielumu nosaka rādiusa garums. Diametra garums ir vienāds ar divu rādiusu garumu summu. Trijstūra un riņķa laukuma aprēķināšanas formula.
--------------------------	--

	Ja figūra sadalīta daļās, tad visas figūras laukums ir vienāds ar tās atsevišķo daļu laukumu summu. Lai uzdevuma risināšanā izmantotu trigonometriskās sakarības taisnleņķa trijstūrī, jāskatās taisnleņķa trijstūrī vai tie jāveido, savienojot figūras divus punktus ar nogriezni. Šaurā leņķa sinuss ir pretkatetes un hipotenūzas attiecības skaitliskā vērtība, šaurā leņķa kosinuss ir piekatetes un hipotenūzas attiecības skaitliskā vērtība. Procents ir viena simtdaļa.
Prasmes, kuras var ietekmēt skolēna sniegumu.	Jaunā situācijā atrisina problēmu. Lieto daļas un procentus situācijās ar matemātisku un reālu kontekstu, to skaitā izmantojot digitālos rīkus. Apzināti seko aprēķinu gaitai kopumā un pārbauda iegūtos rezultātus (to skaitā starprezultātus), lietojot digitālos rīkus, veicot darbības ar reāliem skaitļiem. Noapaļo bezgalīgu decimāldaļu ar norādīto vai izvēlēto precizitāti.
Izziņas darbības līmenis	IV

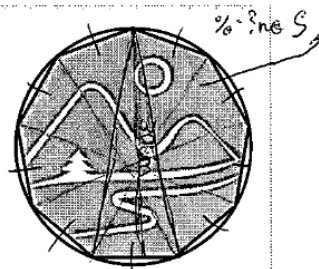
1. Daļa no skolēniem tiek galā ar uzlīmes laukumu jeb aprēķina riņķa laukumu, bet tālāk sagādā grūtības dotā deviņstūra sadalīšana figūrās, kurām varētu aprēķināt laukumu.

1) $S = \pi \cdot R^2$ - riņķa laukuma formula

2) $S(\text{riņķa}) = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 15^2 = 225\pi \text{ cm}^2$

3) $D = 30 \text{ cm}$; $R = 30 : 2 = 15 \text{ cm}$, ja rādiuss ir puse no diametra

4) ~~$30 \text{ cm} - 9 =$~~



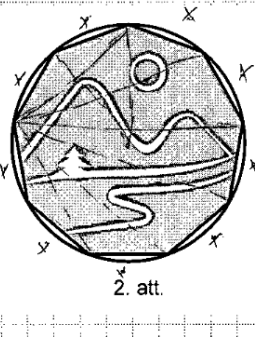
1) ~~$(9-2) \cdot 180 = 7 \cdot 180 = 1260$~~

1) $r = d : 2 = 30 : 2 = 15$

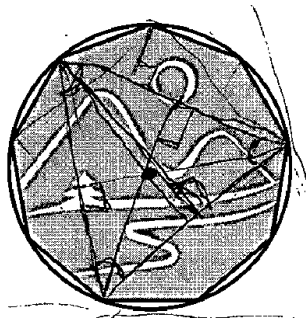
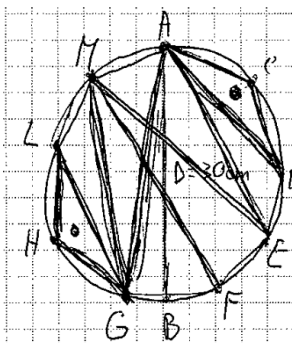
2) $S_{\text{riņķa}} = \pi r^2 = \pi \cdot 15^2 = 225\pi \text{ cm}^2$

3) ~~100%~~ 225π

4) ~~9%~~



Tie skolēni, kuri sāka ar logo jeb deviņstūra laukuma aprēķināšanu, doto figūru nesadalot figūrās, kuru laukumu varētu aprēķināt, neaprēķina arī riņķa laukumu un tālāk uzdevumu neturpina.



2. Tipiskākie risinājumi skolēniem, kuri tiek galā ar situāciju, ir tie, kuros skolēni sadala deviņstūri 9 vienādos vienādsānu trijstūros un aprēķina logo laukumu, gan izmantojot laukuma formulu ar augstumu, gan leņķa sinusa vērtību starp 2 malām.

1) $S_{\text{deviņstūris}} = 15^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 706,50 \text{ cm}^2$

2) $360^\circ : 9 = 40^\circ$

3) Pēc 9 trijstūri, kas norādīti attēlā ir vienādi, jo malas ir rādītāji un pamati ir pēc uzd. vienādi. Tie ir arī visām Δ -i.

4) ΔABC ir viens no šīm 9 Δ -iem un iekšējais $\angle$ -is ir 40° .

5) Ja nosēla ΔABC augstumu BE , iegūst taisn Δ -a trijstūri ar $\angle$ -iem 70° un 20° , jo BE ir arī bisektrise.

6) ΔBEC :
 $\cos 70^\circ = \frac{BE}{15}$
 $BE = 15 \cdot \sin 70^\circ = 14,09 \text{ cm}$

7) ΔBEC :
 $\cos 70^\circ = \frac{EC}{15}$
 $EC = 15 \cdot \cos 70^\circ = 5,13 \text{ cm} \Rightarrow AC = 10,26 \text{ cm}$

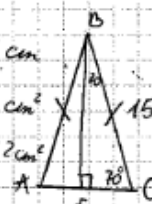
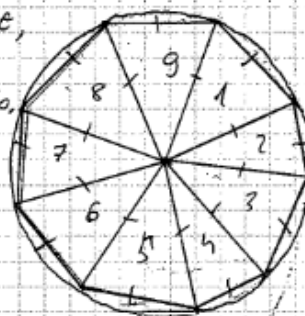
8) $S_{ABC} = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{14,09 \cdot 10,26}{2} = 72,28 \text{ cm}^2$

9) $S_{\text{deviņstūris}} = S_{ABC} \cdot 9 = 72,28 \cdot 9 = 650,52 \text{ cm}^2$

10) $\frac{S_{\text{deviņstūris}}}{S_{\text{deviņstūris}}} = \frac{650,52}{706,50} = 0,92 = 92\%$



2. att.



Atbilde: Logo aizņem aptuveni 92% no visas uzdevuma laukuma.

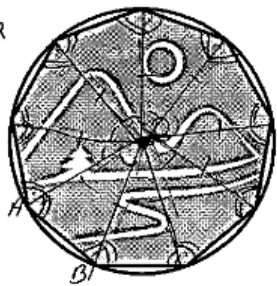
$S_{\text{apka}} = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 15^2 = \pi \cdot 225 = 225\pi \text{ cm}^2 = 706,5 \text{ cm}^2$

$R = \frac{d}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}$

Sēdētām deviņstūri 9 vienādes vienādsiņus trišņus

- 1) $360^\circ : 9 = 40^\circ$ - x ir $\neq 0$ otro trišņu
- 2) $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$
- 3) $140^\circ : 2 = 70^\circ$ ir $\neq$ pamato trišņu (pamato trišņi vienādi vienādsiņus Δ ipasība)
- 4) $S_{\Delta} = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} 15 \cdot 15 \cdot \sin 40^\circ = 7,5 \cdot 15 \cdot \sin 40^\circ = 112,5 \cdot \sin 40^\circ = 112,5 \cdot 0,643 = 72,3375 \approx 72,338 \text{ cm}^2$
- 5) $S_{\text{deviņstūris}} = 72,338 \cdot 9 = 651,042 \text{ cm}^2$
- 6) $\frac{100}{x} \cdot \frac{706,5}{651,042} = \frac{100 \cdot 651,042}{706,5} = \frac{65104,2}{706,5} = 92,150 \approx 92\%$

Atbilde. Tātad Vēlmes bukuma logo aizņem 92%.



2. att.

3. Šajā skolēna darba izgriezumā redzams, ka skolēns neuzsāk aprēķinus uzreiz, bet pirms tam izveido risinājuma plānu, domājot par to, kāds ir uzdevuma mērķis, kādi būs risinājuma soļi, lai sasniegtu mērķi, plānojot savu turpmāko rīcību uzdevuma atrisināšanai.

1) Dabūt malu AB

2) Dabūt S

3) S = riņķa

4) $S_{\Delta} - S_{\Delta} =$

~~82,338~~

$S_{\Delta} = 100\%$

$S_{\Delta} = ?$

5. UZDEVUMS

5. uzdevums (3 punkti)

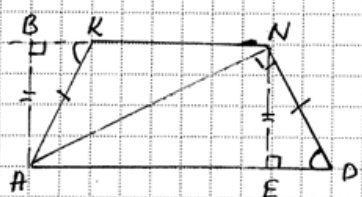
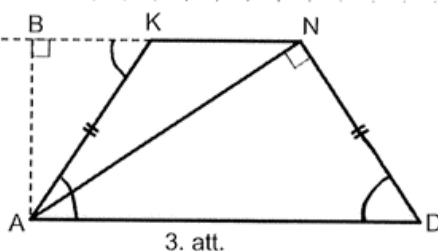
Vienādsānu trapeces AKND ($KN \parallel AD$) diagonāle AN ir perpendikulāra sānu malai (3. att.). No trapeces virsotnes A novilkts augstums AB. Pierādi, ka $\triangle BKA \sim \triangle NDA$.

1) $\angle KAD = \angle NDA$ (leņķi pie pamata vienādsānu trapece ir vienādi)

2) $\angle KAD = \angle BKA$ (kā šķērslenķi, jo $KN \parallel AD$)

$$\angle KAD = \angle BKA = \angle NDA$$

3) $\triangle BKA \sim \triangle NDA$ (jo 2 leņķi vienādi)

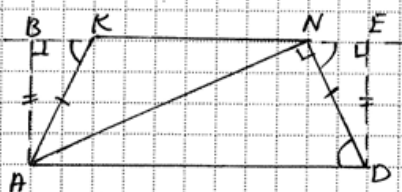


NE - augstums ($NE = AB$)

$\triangle ABK = \triangle NED$ (katete, hipotenuza)

$\angle BKA = \angle NDE$ kā atbilstošie leņķi, veidojot AD

$\triangle BKA \sim \triangle NDA$ (jo 2 leņķi vienādi)



AE - augstums ($AD = AE$)

$\triangle ABK = \triangle AEN$ (katete, hipotenuza)

$\angle BKA = \angle END$ (kā atbilstošie leņķi, veidojot AD)

$\angle END = \angle NDA$ (kā šķērslenķi, jo $KN \parallel AD$)

$\triangle BKA \sim \triangle NDA$ (jo 2 leņķi vienādi)

Uzd.	Punkti	Vērtēšanas kritēriji
5.	3	Vērtē, izmantojot snieguma līmeņa aprakstu. Uzsāk risinājumus, veido atsevišķus pareizus apgalvojumus, bet tos nesaista kopā vai arī saista neloģiski – 1 punkts. Veido saistītu apgalvojumu kopumu, bet kāds apgalvojums ir kļūdainais vai nepamatots – 2 punkti. Veido pamatotus un loģiski saistītus apgalvojumus, kas pierāda, ka trijstūri ir līdzīgi – 3 punkti.
Skolēnam jāsaprot/jāzina		Apgalvojuma patiesumu pamato/pierāda, veidojot loģisku spriedumu kopumu – pierādījumu. Trapece ir četrstūris, kura divas malas ir paralēlas, bet divas citas malas nav paralēlas.

	Divām paralēlām taisnēm krustojoties ar trešo taisni, veidojas vairāki leņķi; starp šo leņķu lielumiem pastāv sakarības, kuras var pierakstīt ar vienādībām/formulām. Līdzīgu trijstūru atbilstošie leņķi ir vienādi.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu.	Pierāda trijstūru līdzību pēc līdzības pazīmēm. Lieto zināmās un jaunās situācijās plaknes figūru un to elementu (izstiepts leņķis, krustleņķi, blakusleņķi, iekšējie vienpusleņķi, iekšējie šķērsleņķi, kāpšļu leņķi, perpendikuls pret taisni, trijstūra augstums, trapece, tās diagonāle, augstums) definīcijas un īpašības.
Izziņas darbības līmenis	III

Skolēnu sniegums šajā uzdevumā ir zems, un maksimālos iespējamos 3 punktus ieguvuši vien 6% no skolēniem, tāpēc aplūkosim tipiskākos kļūdainos risinājumus.

1. Skolēns demonstrē zināšanas par līdzīgu trijstūru malu, perimetru un laukumu attiecībām, izmantojot formulu lapu, tomēr skolēns neizpilda uzdevumā prasīto un neizprot rīcības vārdu “pierādīt”, neveido nevienu apgalvojumu jeb spriedumu, kas pamatotu trijstūru līdzību.

$$\Delta BKA \sim \Delta NDA, \text{ ir līdzīgas, jo}$$

$$\frac{BK}{ND} = \frac{KA}{DA} = \frac{BA}{NA} = K$$

$$\frac{P_{BKA}}{P_{NDA}} = K, \quad \frac{S_{BKA}}{S_{NDA}} = K^2$$

Līdzīgi trijstūri.

$$\Delta BKA \sim \Delta NDA$$

$$\frac{BK}{ND} = \frac{KA}{DA} = \frac{BA}{NA}$$

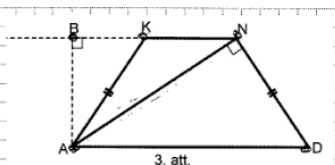
Atbilde: $\Delta BKA \sim \Delta NDA$, jo tie ir līdzīgi trijstūri.

Abiem ir 90° leņķis.

Ja $\Delta BKA \sim \Delta NDA$, tad

$$\frac{BK}{ND} = \frac{KA}{DA} = \frac{BA}{NA} = K$$

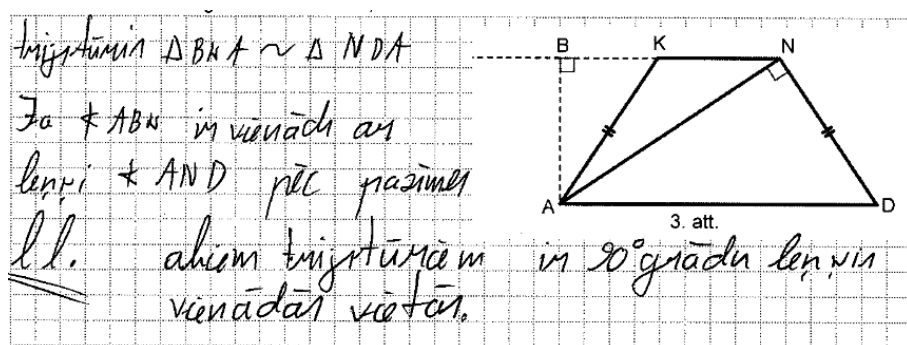
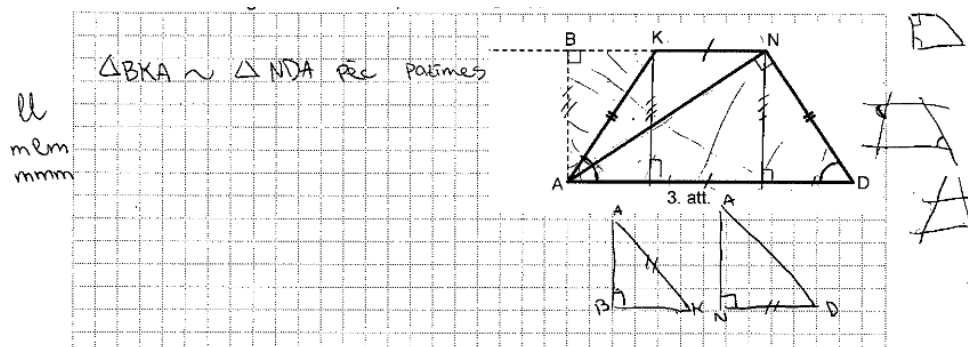
$$\frac{P_{BKA}}{P_{NDA}} = K, \quad \frac{S_{BKA}}{S_{NDA}} = K^2$$



Lai skolēns spētu no dotās informācijas noteikt, kas ir jādara uzdevumā, būtu vispirms jāstrukturē, kas uzdevumā ir dots, kas jāaprēķina vai, kā šajā gadījumā, jāpierāda, un tikai tad formulēt nepieciešamos spriedumus. Šāda pieeja

palīdzētu skolēnam saprast uzdevuma mērķi un izvēlēties atbilstošo risināšanas stratēģiju.

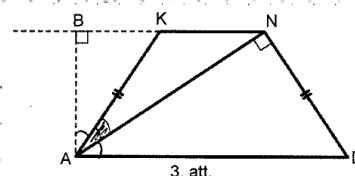
- Daļa skolēnu sāk risinājumu un atceras, kādas ir trijstūra līdzības pazīmes, tomēr nespēj uzrakstīt loģisku spriedumu, lai pierādītu līdzību. Skolēna risinājumā redzams, ka skolēns mēģina orientēties attēlā un izcelt leņķus, kurus būtu jāpamato, uzzīmē līdzīgos trijstūrus, bet nespēj savus spriedumus formulēt un pamatot.



- Daļa skolēnu kļūdaini pieņem, ka diagonāle ir leņķa bisektrise. Veido saistītu apgalvojumu kopumu, bet dara to, pieņemot apgalvojumu, kas ir kļūdainš. Lai no tā izvairītos, nepieciešams attīstīt skolēnu prasmi pamatot leņķu vienādību ar figūras īpašībām.

4) $\angle KAN = \angle NAD$, ja šajā gadījumā perpendikuls ir arī $\angle KAD$ bisektrise jeb daļa to divas vienādas leņķos.

$\angle BAK = \angle NAD$ ja diagonāle AN ir $\angle KAD$ bisektrise $\angle A$



Tāpat arī skolēni nepamatoti pieņem figūru īpašības vai lielumus, lai varētu iegūt konkrētas leņķa vērtības, izmantot trijstūra iekšējo leņķu summu un pamatot trijstūra līdzību. Šādā gadījumā skolēni apskata tikai vienu gadījumu, bet nepierāda, ka trijstūri ir līdzīgi vienmēr.

$$90:3=30^{\circ}$$

$$180^{\circ}-90^{\circ}-30^{\circ}=60^{\circ}$$

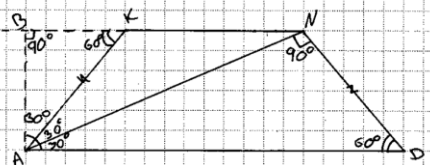
leņķus izteikt ar

vienā vienādā

$$\angle B = \angle N = 90^{\circ}$$

abi ir taisni leņķi

pārējie leņķi ir vienādi



$$\angle BAK = \angle NAD = 30^{\circ}$$

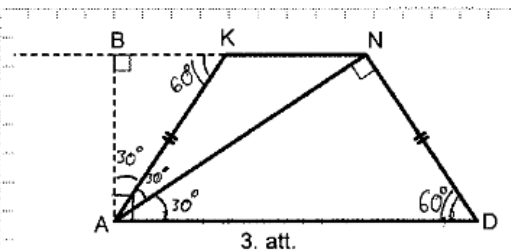
$$\angle ABK = \angle AND = 90^{\circ}$$

$$\angle BKA = 180^{\circ} - 90^{\circ} - 30^{\circ} = 60^{\circ}$$

$$\angle NDA = 180^{\circ} - 90^{\circ} - 30^{\circ} = 60^{\circ}$$

$$\angle BKA = \angle NDA = 60^{\circ}$$

$$\triangle BKA \sim \triangle NDA$$



Analizējot darbus, kuri ir saņēmuši maksimālos 3 punktus, var secināt, ka skolēniem ir prasmes veidot strukturētu, pārskatāmu, citiem saprotamu atrisinājuma pierakstu¹⁰. To nepieciešams veidot kā ieradumu ikdienas mācību procesā, nosakot, kas ir dots, kas jāpaveic, tādējādi mudinot skolēnus saskatīt sakarības, nosakot attiecības starp lielumiem, saskatot īpašības un pamatot katru apgalvojumu atbilstoši definīcijai, īpašībai vai pazīmei, vai pieminēt faktu, ka šī informācija ir dota.

Dots: trapece $AKND$ ir vienādsānu;
 $KN \parallel AD$; $AN \perp ND$.
 Jāpierāda, ka $\triangle BKA \sim \triangle NDA$

1) $\angle KAD = \angle NDA$, jo trapece

$AKND$ ir vienādsānu un leņķi pie pamata ir vienādi

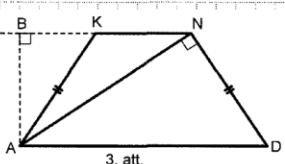
2) $\angle BKA = \angle KAD$, ka iekšējie šķērsleņķi pie paralēlām taisnēm KN un AD .

$\triangle BKA \sim \triangle NDA$ pēc pazīme leņķis-leņķis

1) $\angle ABK = \angle AND = 90^{\circ}$, $\angle ABK = 90^{\circ}$, jo AB - augstums; $\angle AND = 90^{\circ}$, jo $AN \perp ND$ pēc dota.

2) $\angle BKA = \angle NDA$, jo $\angle BKA = \angle KAD$ un $\angle NDA = \angle KAD$
 $\Rightarrow$ ka $\angle BKA = \angle NDA$

$\Rightarrow \triangle BKA \sim \triangle NDA$



¹⁰ <https://mape.gov.lv/api/files/E9D5A613-C4FB-443B-AA4B-9253A032DF33/download>

-

-

- 3) $\angle BKA = \angle NDA$ pēc 1. un 2. punkta pierādītā, jeb
 $\angle BKA = \angle KAD = \angle NDA$
- 4) $\triangle BKA \sim \triangle NDA$ pēc pazīmes ll, ku
 $\angle KBA = \angle DNA = 90^\circ$ (pēc dotā)
 $\angle BKA = \angle KAD$
- 2) $\angle BKA = \angle NDA$ pēc 3. punkta pierādītā

Ieteikumi skolotājiem

Mazināt “plaisu” starp skolēnu zemu un augstu sniegumu, mērķtiecīgi diferencējot mācību procesu. Dot iespēju izaugsmei skolēniem, kuri spēj demonstrēt augstu sniegumu un kuru sniegums ir nepietiekams, ja nepieciešams, iesaistot papildu atbalstu un rodot risinājumus skolas ietvaros.

Uzdevumos, kuros prasa zināšanas vai atpazīšanu, mācību procesā skolēniem vingrināt arī prasmi paskaidrot, domāt, kā es zinu, piemēram, kādas īpašības ir saskatītas, kāpēc ir izvēlēta konkrētā no dotajām atbildēm u. c.

Uzdevumus, kuros jādemonstrē prasmju lietojums, skolēni nereti savos risinājumos demonstrēja to, ka algoritmi ir apgūti, bet skolēnam nav skaidrs, kas būtībā tiek rēķināts un darīts.

Apgūstot jēdzienus un procedūras, ir būtiski pārlicināties gan par jēdzienu, gan procedūru apguves izpratni, tajā skaitā to, kā skolēns pārlicinās par snieguma pareizību.

Lielāku uzmanību veltīt tam, kā tiek apgūta uzdevuma teksta lasīšana. Pārlicināties, ka un kā skolēni tiek mācīti saprast vārdu un teikumu jēgu, ja dotas situācijas ar dažādiem kontekstiem. Apzināti mācīt skolēnus izmantot dažādas reprezentācijas – reāls konteksts, vārdiski, vizuāli, ar simboliem, mācību procesā iekļaujot arī fizisku (taustāms modelis) reprezentāciju, ja tāda ir iespējama.

Veicināt skolēnu izpratni, dodot iespēju skolēniem veidot rakstisku vai mutisku skaidrojumu, sarunāties mācību procesā par to, kā tiek lietota matemātiskā valoda, veidoti spriedumi un risinājuma pieraksts.

Uzdevuma risinājumos redzams, ka skolēni ir gatavi veidot dažādus būtībā atšķirīgus spriedumus. Nepieciešams rosināt skolēnus pamatot savu domu gaitu un prast korekti pierakstīt spriešanas soļus.

Pievērst uzmanību rīcības vārdu nozīmei un to lietojumam mācību procesā.