



Valsts izglītības
satura centrs

Centralizētais eksāmens matemātikā (optimālais satura apguves līmenis)

Rezultātu analīze un secinājumi 2021./2022. m.g.

Ilze France
Marta Mikīte
Evija Jaunzeme
Liene Krieviņa

Saturs

Ievads	3
Valsts pārbaudes darba satura analīze	4
Sasniedzamo rezultātu veids un grupa	6
Satura moduļu īpatsvars eksāmenā	10
Izziņas darbības līmenis	12
Vispārīgs eksāmena darba raksturojums, izmantojot datus par skolēnu sniegumu	14
Skolēnu snieguma un rezultātu analīze, izmantojot uzdevumus	21
Izlases kopas raksturojums un pamatojums	21
Skolēnu rezultātu un snieguma analīze 1.daļas uzdevumos	23
Skolēnu rezultātu un snieguma analīze 2.daļas uzdevumos	91
Secinājumi un ieteikumi	110

Ievads

2021./2022.m.g. pirmo reizi skolēniem bija iespēja kārtot centralizēto matemātikas eksāmenu atbilstoši satura apguves līmenim – vispārīgais vai optimālais. Centralizēto eksāmenu optimālajā apguves līmenī (turpmāk – eksāmenu) šajā gadā kārtoja 4338 skolēni. Eksāmenu veidoja divas daļas. Pirmās daļas “Zināšanas, izpratne un prasmes” plānotais īpatsvars no visa darba ir 75%, tās izpildes laiks 120 minūtes, otrās daļas “Kompleksu problēmu risināšana” īpatsvars no visa darba ir 25%, tās izpildes laiks 120 minūtes.

Šajā metodiskajā materiālā veikta eksāmena darba satura analīze – pētīts, ko un kādā kognitīvā līmenī mēra/pārbauda eksāmens, kā arī skolēnu snieguma kvantitatīva un kvalitatīva analīze. Metodiskā materiāla izklāsts veidots kā neklātieses saruna ar matemātikas skolotāju un citiem interesentiem par jaunā eksāmena uzbūvi, katra uzdevuma saturu, skolēnu iespējamo domāšanas dziļumu, dažādām pieejām tā atrisināšanai, to ilustrējot ar skolēnu snieguma piemēriem. Eksāmena darba rezultātu analīzei izmantota eksāmena darba programma, uzdevumi tika analizēti, izmantojot klasiskās testu teorijas (ang. *Classical Test Theory*) un jautājuma - atbildes teorijas (ang. *Item Response Theory*) elementus un izmantojot skolēnu darbu piemērus. Darba analīzes rezultātā ir iegūti datos balstīti secinājumi un ieteikumi arī eksāmenu veidotājiem.

Eksāmena analīzes mērķi:

- 1) izpētīt un aprakstīt jaunā matemātikas centralizētā eksāmena optimālajam apguves līmenim darba saturu jeb noskaidrot, *ko mēra/pārbauda šis eksāmena darbs*;
- 2) veikt rezultātu datu analīzi, lai noskaidrotu, cik lielā mērā šis eksāmens kopumā un atsevišķi tā uzdevumi atbilst mērķim, un *iegūtie dati par skolēnu sniegumu ticami*;
- 3) analizēt dziļāk skolēnu sniegumu, kas palīdzētu rast atbildes uz jautājumu “Ko nepieciešams uzlabot mācību procesā, lai *uzlabotu skolēnu sniegumu un rezultātus?*”.

Valsts pārbaudes darba satura analīze

Valsts pārbaudes darba programmā¹ eksāmena vērtēšanas saturs raksturots trīs kategorijās:

- 1) sasniedzamo rezultātu (SR) veids un grupa;
- 2) satura modulis;
- 3) izziņas darbības līmenis.

Tas nozīmē, ka katru eksāmena uzdevumu raksturo noteikts SR veids un grupa, satura modulis un izziņas darbības līmenis. Darba izvērtējamam tika izmantotas šīs plānotās kategorijas.

Sasniedzamo rezultātu veids un grupa

Eksāmena darbā sasniedzamo rezultātu grupas ir : 1) zināšanas un izpratne; 2) prasmju grupas; 3) zināšanu, izpratnes, prasmju un ieradumu kombinācijas. Katrs SR veids precīzāk tiek raksturots ar SR grupām (1. tabula). Tabulā ir apkopota informācija par uzdevumu īpatsvaru SR grupās un atbilstoši analizēts skolēnu sniegums šajās SR grupās.

1. tabula.

Sasniedzamo rezultātu veidi, grupas, to īpatsvars eksāmenā un skolēnu sniegums katrā no tām

Sasniedzamo rezultātu veids un grupa		Īpatsvars programmā (%)	Īpatsvars darbā (%)	Skolēnu vidējais sniegums (punkti)	Skolēnu vidējais sniegums (%)
Zināšanas un izpratne	Atpazīst un atceras matemātiskus objektus, to attēlojumus, īpašības u. tml.	23–27	15	7,63	51
	Skaidro nozīmi, raksturo un pamato īpašības, saistību u. tml.				
Prasmju grupas	Lieto priekšmeta specifiskās prasmes, algoritmus.	38-42	51	21,33	42
	Lieto prasmes darbā ar informāciju.	4-6	6	2,81	47
	Lieto matemātikas valodu.	3	3	0,98	33
	Organizē risinājumu.	3	3	0,84	28
Zināšanu, izpratnes, prasmju un ieradumu kombinācijas	Analizē, raksturo un veido matemātiskos modeļus.	4-12	0*	0	0
	Pēta, formulē, vispārina un pamato sakarības.	4-12	8	1,81	23
	Pierāda vispārīgu apgalvojumu patiesumu.	4-12	4	1,26	31

¹ (<https://mape.skola2030.lv/resources/11251>)

	Lieto vai veido matemātisko modeli situācijās ar praktisku un citu jomu kontekstu.	4-12	10	3,40	34
--	--	------	----	------	----

*28.uzdevums šajā analizē klasificēts kā līdzvērtīgs 5.uzdevumam, kurā jāizmanto priekšmetam specifiskās prasmes un algoritmi.

Iepazīstoties ar eksāmena darbu un uzdevumiem, sasniedzamo rezultātu veids “Zināšanu, izpratnes, prasmju un ieradumu kombinācijas” un tā prasmju grupas dod skaidru ziņu, kāda veida uzdevumi ir sagaidāmi 2.daļā, ievērojot atslēgas vārdus – “pēta”, “pierāda”, “matemātiskais modelis”, “praktisks konteksts”.

Analizējot SR veidu **“Zināšanas un izpratne”**, redzam, ka darbā iekļauto uzdevumu īpatsvars ir mazāks nekā plānots. Analīzes autori to skaidro ar rīcības vārda *“atpazīst”* iespējamo dažādo interpretāciju. Analīzes autori visus uzdevumus, kuros bija rīcības vārds *“aprēķini”* klasificēja kā prasmju uzdevumus. Šobrīd valsts pārbaudes darba programmā nav atsevišķi izdalīts grupas “Skaidro nozīmi, raksturo un pamato īpašības, saistību u. tml.” apjoms, kam mācību saturā ir piešķirta liela nozīme, lai veicinātu skolēnu izpratni. Šāda prasmju grupa atsevišķi ir iekļauta eksāmenā no jauna. Kopumā tikai divos uzdevumos skolēniem bija nepieciešams skaidrot kādu jēdzienu vai situāciju – 1.daļas 23. un 26.uzdevums. To grūtības pakāpe, atbilstoši 22% un 55%, rāda, ka iespējams mācību procesā vairāk būtu jāpievērš uzmanība tam, kā skolēni zina un izprot jēdzienus, kurus pēc tam darbina prasmju un kompleksajos uzdevumos. SR veida “Zināšanas un izpratne” skolēnu vidējais sniegums 51% signalizē, ka ir nepieciešams pievērst lielāku uzmanību ikdienas mācību procesā jēdzienu zināšanu un izpratnes veidošanai.

Tradicionāli lielākais īpatsvars eksāmenā ir SR veidam **“Prasmju grupas”**, kas šajā darbā ir 51%. Kā novitāte ir atsevišķi izdalīta prasmju grupa darbā ar informāciju un matemātiskās valodas un risinājuma organizēšanas prasmes. Salīdzinoši labi (skolēnu vidējais sniegums 42%) skolēni pilda uzdevumus “Lieto priekšmeta specifiskās prasmes, algoritmus”, ko var izskaidrot ar to, ka skolēni atpazīst mācītos algoritmus. Lai izvērtētu, kas skolēniem traucē sasniegt labākus rezultātus, jāskatās sadaļa “Skolēnu rezultātu un snieguma analīze 1.daļas uzdevumos”. Veidojot uzdevumu analīzi, rodas jautājumi kopējai diskusijai un vēl precīzāki skaidrojumi lietotājiem, piemēram, kas ir nošķīrums prasmju grupai – “Lieto priekšmeta specifiskās prasmes algoritmus” un “Analizē, raksturo un veido matemātiskos modeļus.” Šī neskaidrība rodas apskatot **eksāmena 5. un 28. uzdevumu** (1. att.).



5. uzdevums (3 punkti)
Atrisini vienādojumu $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} = 0$.

28. uzdevums (4 punkti)

Atrisini nevienādību $\frac{1 - 4x^2}{3x + 3} < 0$.

1. att. Eksāmena 5. un 28. uzdevums.

Abi uzdevumi atbilst standarta² 4.5.2. prasībai:

“Atrisina daļveida vienādojumu, nevienādību (saucēji ir pirmās vai otrās pakāpes polinomi un kopsaucēja pakāpe nepārsniedz trešo); izvēlas paņēmieni nevienādības atrisināšanai (pārejot uz nevienādību sistēmām, ar intervālu metodi).”

Abos uzdevumos skolēniem jāizdara līdzīgi spriedumi (2. tabula). Atšķirība ir tā, ka 5.uzdevumā spriežam par daļveida vienādojumu, bet 28.uzdevumā par daļveida nevienādību, kas abos gadījumos vai nu prasa, vai neprasa lietot prasmju kombinācijas, bet tāpēc nav uzskatāmi par kompleksi uzdevumiem.

2. tabula.

Spriešanas salīdzinājums 5. un 28. uzdevumā

Izpratne un prasmes, kuras lieto, risinot vienādojumu	Prasmes, kuras lieto, risinot nevienādību
Izpratne, ko nozīmē atrisināt daļveida vienādojumu – spriedumi par skaitītāja un saucēja pielīdzināšanu nullei.	Izpratne, ko nozīmē atrisināt daļveida nevienādību – spriedumi par to, kad daļas vērtība būs “negatīva”.
Kvadrāt vienādojuma (pilnais un nepilnais) risināšana.	Kvadrāt vienādojuma (nepilns) un lineāra vienādojuma/nevienādību risināšana.
Viens algoritms kā to tradicionāli dara.	Iespēja izvēlēties sev piemērotāku paņēmieni – intervālu metode, nevienādību sistēma.
Atbildes korekta formulēšana.	Atbildes korekta formulēšana.

Skolēnu sniegums rāda, ka 5.uzdevuma grūtības pakāpe ir 34%, savukārt, 28.uzdevumam 24%. Risinot nevienādību, skolēnam ir iespēja izvēlēties sev piemērotāko risināšanas paņēmieni, tas satur vairāk spriešanas soļu nekā 5.uzdevums. Šajā darbā, acīmredzot, nošķirums ir bijis jau prognozējamā grūtības pakāpe un spriešanas soļu skaits jeb iespējamo spriešanas kombināciju skaits, veidojot risinājumu.

² <https://likumi.lv/ta/id/309597-noteikumi-par-valsts-visparejas-videjas-izglitibas-standartu-un-visparejas-videjas-izglitibas-programmu-paraugiem>

Līdzīgi jautājumi varētu rasties par grupu “Lieto vai veido matemātisko modeli situācijās ar praktisku un citu jomu kontekstu.”, kas nav izdalīta “Prasmju grupā”. Kā piemērus varam aplūkot 1.daļas **24.3 uzdevumu**, kuram ir praktisks konteksts līdzvērtīgi kā 2.daļas **31.uzdevumā** (2. att.). Tātad varam secināt, ka, spriežot par prasmju grupu, netiek izslēgti uzdevumi, kas ir ar reālu kontekstu. Darbs ar tekstu un reālu kontekstu 1.daļā dod iespēju novērtēt skolēna spēju strādāt ar tekstu arī vienkāršākās vai zināmākās situācijās.

24.3. (1 punkts) Kura izteiksme izsaka māju skaitu, kuru numuros visi cipari ir dažādi?

A $A_5^2 + A_5^3$

B $C_5^2 + C_5^3$

C $A_5^2 \cdot A_5^3$

D $C_5^2 \cdot C_5^3$

31. uzdevums (5 punkti)

Izotopa sabrukšanas procesu apraksta funkcija $N(t) = N_0 \cdot 2^{\left(\frac{-t}{20}\right)}$, kur N_0 – sākotnējais kodolu skaits, t – laiks minūtēs, N – nesabrukušo kodolu skaits. Zināms, ka $N_0 = 120000$.

31.1. (2 punkti) Aprēķini nesabrukušo kodolu skaitu pēc 40 minūtēm.

2. att. Eksāmena 24.3. un 31. uzdevums

Lai objektīvāk izvērtētu skolēnu sniegumu, atšķirībā no visu iepriekšējo gadu eksāmeniem, jaunajā eksāmenā ir izdalītas prasmju grupas **“Matemātikas valodas lietojums”** un **“Risinājuma organizēšana”**. Tas šobrīd un nākotnē dos iespēju skolēniem, kuru matemātiskā valoda, pieraksta organizēšana ir augstākā līmenī, saņemt arī labāku vērtējumu. 3.tabulā ir apkopots, cik reižu katrā satura blokā tika vērtēts skolēna matemātikas valodas lietojums, risinājuma organizēšana un skaidrošana. Redzam, ka abu prasmju vērtēšanas apjoms atšķiras, savukārt, punktu skaits, ko saņem skolēns par katru prasmi, kopumā ir 3 punkti.

3. tabula.

Valodas lietojuma un risinājuma organizēšanas īpatsvars satura moduļos

Satura modulis	Matemātiskās valodas lietojums (reizes)	Risinājuma organizēšana (reizes)
Algebra (daļveida funkcija un eksponentfunkcija)	3	3
Analītiskā ģeometrija	1	0
Ģeometrija	3	2
Trigonometrija	2	1
Varbūtības (t.sk.kombinatorika) un statistika	1	0
Kopā	10	6
Skolēnu sniegums (%)	32	27

Ņemot vērā esošo darbu vērtēšanas kārtību, nav iespējams iegūt detalizētāku informāciju par to, kuros uzdevumos skolēniem ir labāk veicies ar valodas un risinājumu organizēšanu, kuru simbolu vai pieraksta lietošana skolēniem nesagādā grūtības un kuros gadījumos tā nav ierasta prakse. Kopējais skolēnu sniegums 32% un 28% norāda uz to, ka skolēniem nav izveidojies ieradums veidot savu pierakstu pietiekami korekti. Detalizētāk par to, kā skolēni veido savu pierakstu, sk. darba daļās, kur analizēts skolēnu sniegums uzdevumos atsevišķi.

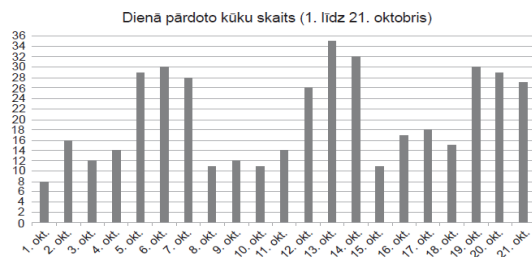
Valsts pārbaudes darba programmā iekļauts skaidrojums prasmju grupai **“Lieto prasmes darbā ar informāciju”**. Pārbaudes darbā tiek iekļauti uzdevumi, kuros skolēni:

- 1) nolasa, interpretē un izmanto statistiskos datus;
- 2) lasa dotu jaunu informāciju, kuras matemātiskais saturs iespējami vienkāršs, un to lieto, demonstrējot lasītprasmi.

Ikdienas darbā matemātikas stundās darbu ar informāciju noteikti uztveram plašāk. Lai skolēni tās labi demonstrētu pārbaudījumos, mācību procesa laikā tam jāvelta īpaša uzmanība, kā to mācām, ne tikai izmantojam kā kontekstu. Strādājot ar statistiskajiem datiem, izmantojam tabulas, diagrammas. Līdzvērtīgi varam skatīties uz jebkuru attēlu kā informācijas nesēju. Salīdzinot **27.1.** un **20.1. uzdevumus** (3. att.), varam secināt, ka abos skolēnam ir jāprot nolasīt informācija no attēla – diagrammas vai grafika, atšķiras konteksts – pirmajā gadījumā skolēnam jāzina, kas ir amplitūda, savukārt, otrajā gadījumā, kas ir vērtību kopa. 27.1. uzdevuma grūtības pakāpe ir 49%, savukārt 20.1. uzdevumam 28%. Tātad nākas atgriezties pie tā, ka prasmi strādāt ar vizuālu informāciju matemātikā ietekmē arī jēdzienu zināšana un to atpazīšana vizuālā reprezentācijā.

27. uzdevums (5 punkti)

Kada kūkotavā katru dienu registrēja pārdoto kūku skaitu. Dati par dienā pārdoto kūku skaitu oktobra pirmajās trīs nedēļās apkopoti stabīņveida diagrammā (11. att.). Zināms, ka 1. oktobris ir pirmdiena.



11. att.

27.1. (1 punkts) Nosaki dotās datu kopas (dienā pārdoto kūku skaits) amplitūdu.

Atbilde:

20. uzdevums (3 punkti)

Dots funkcijas $y = 2\cos 3x$ grafiks (9. att.).

20.1. (1 punkts) Nosaki funkcijas $y = 2\cos 3x$ vērtību kopu.



3. att. Eksāmena 27.1. un 20.1. uzdevums

Ja runājam par lasītprasmes demonstrēšanu, tad **24.uzdevums** (4. att.) to labi parāda. Lai veiktu uzdevumu, ir jāizlasa tekstā, ka mājas numurs satur divus līdz trīs ciparus (tie ir doti) un jāuzraksta divu māju numuri. No teksta jāievēro nosacījums, ka māju numuri ir atšķirīgi. Satraucoši, ka tikai 66% skolēnu tiek galā ar šo uzdevumu.

24. uzdevums (3 punkti)

Kādā lauku ciematā māju numuri tiek veidoti, izmantojot divus līdz trīs nepāra ciparus (1, 3, 5, 7, 9), turklāt cipari mājas numura pierakstā drīkst atkārtoties. Katrai mājai ir tieši viens, no citām mājām atšķirīgs numurs, un māju numurēšanai ir izmantoti visi iespējamie numuri.

24.1. (1 punkts) Uzraksti divu māju numurus, ievērojot nosacījumu, ka to pierakstā ir atšķirīgs ciparu skaits.

4. att. Eksāmena 24. uzdevums

Skolēnu vidējais sniegums šajā prasmju grupā ir viens no augstākajiem, tas ir 47%.

Satura moduļu īpatsvars eksāmenā

Eksāmena uzbūves pirmā daļa ļoti skaidri nodala satura moduļus un skolēnam tiek pateikts, kura satura moduļa uzdevumi tiek piedāvāti. Tas skolēnam dod iespēju ātrāk un vienkāršāk orientēties eksāmena uzdevumu saturā un plānot savu darbu eksāmena laikā. Savukārt, otrajā daļā ir uzdevumi, kas ne vienmēr satur vienu satura moduli. 4. tabulā apkopoti satura moduļi un to īpatsvars eksāmenā.

4. tabula.

Satura moduļi, to īpatsvars un skolēnu sniegums eksāmenā

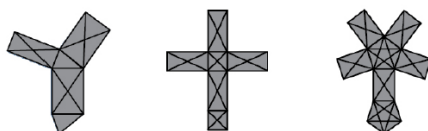
Satura modulis	Plānotais īpatsvars (%)	Īpatsvars darbā (%)	Skolēnu vidējais sniegums	Skolēnu vidējais sniegums (%)
Algebra (daļveida funkcija un eksponentfunkcija)	$35(20+15)\pm 2$	37	14,31	39%
Analītiskā ģeometrija	15 ± 2	15	6,61	44%
Ģeometrija	18 ± 2	14*	6,15	44%
Trigonometrija	14 ± 2	13	4,45	34%
Varbūtības (t.sk.kombinatorika) un statistika	18 ± 2	15	6,72	45%
		94**		

** 6% no darba īpatsvara ir Matemātiskās valodas lietojums un Risinājuma organizēšana un skaidrošana

* Ņemot vērā vērtēšanas datu uzkrāšanas veidu 33.uzdevumā, nav iespējams nodalīt satura moduļus. Tā pamatideja ir saskatīt sakarību un to pierakstīt ar formulu, tāpēc uzdevums tika pievienots modulim Algebra.

Ar **33.uzdevuma** (5. att.) piemēru tiek ilustrēts tas, ka viens no kompleksa uzdevuma kritērijiem ir tas, ka tajā ir ietverti arī dažādi matemātikas satura moduļi, kas nedod iespēju korekti izvērtēt katra satura moduļa īpatsvaru.

33. uzdevums (4 punkti)
Zīmējumā attēloti trijstūra, četrstūra un piecstūra prizmu virsmu izklājumi, kuros novilkas visas skaldņu diagonāles. Visu skaldņu diagonāļu kopējais skaits trijstūra prizmai ir 6, četrstūra prizmai – 12, bet piecstūra prizmai – 20 (16. att.). Nosaki un pamato formulu n-stūra prizmas visu skaldņu diagonāļu skaita aprēķināšanai.



16. att.

5. att. Eksāmena 33. uzdevums

Kopumā darbs pārbauda visus satura moduļus, proporcionāli atvēlētajam mācību laikam, kas dots mācību priekšmeta programmas paraugā. Analizējot skolēnu

sniegumu dažādajos satura moduļos, varam secināt, ka vislabāk skolēniem ir veicies, pildot varbūtību, statistikas daļu un ģeometrijas uzdevumus, savukārt, vissliktāk, neskatoties uz to, ka satura apjoms salīdzinot ar iepriekšējo standartu ir krietni samazināts – ar trigonometrijas daļu. To varētu skaidrot ar to, ka 18. uzdevuma saturs nav tipisks eksāmenos, tā grūtības pakāpe arī to parāda – 28%, skolēniem kopumā ir zems sniegums uzdevumos, kur jānolasa funkciju īpašības, šoreiz tas ir vērtību apgabals, un zems sniegums ir arī kompleksajā uzdevumā, kur trigonometrija jālieto uzdevumā ar reālu kontekstu.

Izziņas darbības līmenis

Eksāmenā iekļautie uzdevumi veidoti un grupēti četros izziņas darbības līmeņos. Prognozējot iespējamo skolēnu izziņas darbības līmeni, to noteikšanai izmanto SOLO jeb novēroto mācīšanās rezultātu taksonomiju³. Izziņas darbības līmeņu īpatsvars un skolēnu vidējais sniegums katrā no tiem apkopots 5. tabulā.

5. tabula.

Izziņas darbības līmeņu raksturojums, to īpatsvars un skolēnu sniegums eksāmenā

Izziņas darbības līmenis un tā apraksts		Plānotais īpatsvars (%)	Īpatsvars eksāmenā (%)	Skolēnu vidējais sniegums (%)
I	Atceras, lieto faktus, īsas procedūras vai atsevišķas idejas.	23 – 27	28	52
II	Veic tipiskus algoritmus, lieto formulas, paņēmienus vai prasmes pazīstamās situācijās.	58 – 62	53	41
III	Saista, skaidro, lieto zināšanas vai prasmes jaunās situācijās, demonstrējot patiesu izpratni.*	11 – 13	15	26
IV	Veido un pierāda vispārinājumus, lieto zināšanas un prasmes situācijās ar augstu kompleksuma pakāpi.	2 – 4	4	23

**Izvērtējot uzdevumu izziņas darbības līmeni, tika ņemta vērā Covid-19 ietekme uz skolēnu mācīšanos – skolēniem un skolotājiem mācību procesā bija jādromā ne tikai par satura izmaiņām, bet būtiski jāmaina mācīšanās veids un paradumi, kas noteikti ietekmēja atsevišķu prasmju apguvi. Tas palielināja iespēju, ka šajā gadā uzdevums ir skolēniem jauna situācija, kas iepriekšējiem skolēniem bija pazīstama. Mācību procesā bija samazināta iespēja praktizēties, līdz ar to skolēni demonstrē savas zināšanas un prasmes jaunās situācijās, kas prasa no skolēna dziļāku izziņas darbības līmeni.*

Kopumā redzam, ka skolēni rāda zemu sniegumu “dziļajos” uzdevumos, kas prasa saistīt zināmo, strādāt sev jaunās situācijās. To daļēji varam skaidrot ar to, ka arī tipiskās situācijās skolēnu vidējais sniegums ir tikai 41%. Tālāk aplūkosim uzdevumus, kuri prasa no skolēna dziļu izziņas darbības līmeni, un to vērtējums tiek izteikts vairākos punktos. Analizējot skolēnu sniegumu pret to, “cik tālu” skolēni uzdevumu veic (6. att.), vērojama tendence, ka vismaz 36% no skolēniem ir uzsākuši risināt šāda veida uzdevumus, tomēr 14 - 25% skolēnu saņem tikai vienu punktu. Uzdevumus pilnībā veic tikai neliela daļa skolēnu. Aplūkojot 33.uzdevuma grūtības pakāpi, kas ir

³ https://www.siiic.lv/fileadmin/user_upload/lu_portal/projekti/siic/Kolektiva_monografija/Macisanas_Lietpratibai.pdf

22,67%, nevaram spriest par to, cik daudz skolēnu patiešām spēj veikt 3. vai 4. izziņas darbības uzdevumus.



6. att. Skolēnu snieguma sadalījums pa punktiem uzdevumos ar trešo un ceturto izziņas līmeni.

Īpaši 33.uzdevumā vērojama tendence, ka skolēni iesāk spriest, tomēr pavisam maz ir saņēmuši maksimālo punktu skaitu, kas liecina, ka skolēniem ir vājas prasmes savus spriedumus vispārināt, uzrakstot formulu un to skaidrojot. Līdzīgi ir arī ar pārējiem uzdevumiem. Tas nozīmē, ka mācību procesā lielu uzmanību jāpievērš ne tikai šādu uzdevumu mācīšanai, bet sarunām ar skolēniem, kas ir tie iemesli, kāpēc skolēni “iesprūst” savos risinājumos un netiek līdz galam.

Vispārīgs eksāmena darba raksturojums, izmantojot datus par skolēnu sniegumu

Datos balstītus secinājumus par skolēnu sniegumu eksāmenā var izdarīt tikai, pārliccinoties par eksāmena kā mērinstrumenta ticamību (*ang. validity*) un noturību jeb drošumu (*ang. reliability*) kopumā, kā arī atsevišķu uzdevumu iedarbību šajā darbā. Eksāmena darba rezultāti tika analizēti, izmantojot klasiskās testu teorijas (*ang. Classical Test Theory*) un jautājuma-atbildes teorijas (*ang. Item Response Theory*) elementus. Šajā eksāmena analīzē arī izvērtēta šī darba atbilstība skolēnu kopai, kas to pildīja, izmantojot Raša analīzes Raita karti. Datu analīze ļauj identificēt problemātiskos uzdevumus, taču, lai izdarītu precīzākus secinājumus, nepieciešama arī kvalitatīva rezultātu analīze. Šādu kvantitatīvu un kvalitatīvu novērojumu kopsavilkums ļauj noderīgi, jēgpilni un derīgi skaidrot datu būtību⁴.

Lai novērtētu **eksāmena validitāti (ticamību)** jeb cik šis vērtēšanas darbs atbilst mērķim, t.i., tiešām mēra to, kas plānots, aprēķināti Pīrsona korelācijas koeficienti, kas raksturo sakarību starp skolēnu sniegumu dažādās uzdevumu grupās⁵. Uzdevumu grupas tiek veidotas pēc iepriekšējiem principiem: satura moduļi, sasniedzamo rezultātu veidi un izziņas darbības līmeņi. Tiek sagaidīta pozitīva korelācija, jo kopumā gaidāms, ka vairums skolēnu, kas demonstrē augstu sniegumu algebrā, demonstrē arī augstu sniegumu, piemēram, ģeometrijā. Turklāt šī sakarība ir sagaidāma vidēja vai cieša jeb korelācijas koeficientu vērtības virs 0,5. Iegūtie rezultāti apkopoti 6.tabulā.

⁴ T.G. Bond, C.M. Fox, *Applying the Rasch model: Fundamental measurement in the human sciences*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 2013.

⁵ Swank, J. M., & Mullen, P. R. (2017). Evaluating evidence for conceptually related constructs using bivariate correlations. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, 50(4), 270-274.

Pīrsona korelācijas koeficienti

	Algebra	Analītiskā ģeometrija	Ģeometrija	Trigonometrija	Varbūtības	I izziņas līmenis	II izziņas līmenis	III izziņas līmenis	IV izziņas līmenis	Zināšanas un izpratne	Prasmju grupas	Kombinācijas
Algebra	1	,833**	,780**	,839**	,728**	,877*	,963*	,835*	,636*	,826**	,960*	,877*
Analītiskā ģeometrija		1	,732**	,779**	,696**	,895*	,855*	,813*	,544*	,823**	,878*	,827*
Ģeometrija			1	,750**	,669**	,802*	,848*	,808*	,520*	,785**	,851*	,817*
Trigonometrija				1	,690**	,823*	,883*	,854*	,535*	,811**	,881*	,855*
Varbūtības					1	,830*	,804*	,666*	,515*	,793**	,808*	,712*
I izziņas līmenis						1	,889*	,780*	,560*	,934**	,919*	,814*
II izziņas līmenis							1	,826*	,576*	,852**	,991*	,860*
III izziņas līmenis								1	,571*	,752**	,830*	,973*
IV izziņas līmenis									1	,540**	,577*	,707*
Zināšanas un izpratne										1	,851*	,781*
Prasmju grupas											1	,858*
Kombinācijas												1

**Statistiskās nozīmības līmenis 0,01

Rezultāti rāda, ka pastāv korelācija starp skolēnu sniegumu dažādās satura grupās, kas liecina, ka eksāmena konstrukts kopumā ir valīds (ticams). Zemākā korelācija novērojama skolēnu sniegumā augstākajā izziņas līmenī, salīdzinot ar sniegumu pārējos uzdevumos. Tas varētu būt skaidrojams ar to, ka šajā grupā ir tikai viens uzdevums un šajā uzdevumā skolēnu vidējais sniegums bija ievērojami zemāks kā citos uzdevumos.

Eksāmena noturīgumu un viendabīgumu jeb **drošumu (ang. reliability)** šajā eksāmena analīzē pārbauda, aprēķinot koeficientu Kronbaha alfa, kas norāda, cik labi atsevišķie uzdevumi saistīti viens ar otru un raksturo, cik eksāmens ir viendabīgs. Kronbaha alfa var būt robežās no 0 līdz 1, un lielāka Kronbaha alfas vērtība norāda uz lielāku testa ticamību. Pirmās daļas Kronbaha alfa koeficients ir ļoti augsts 0,95, otrajā

daļā, lai arī zemāks – 0,85, joprojām pārsniedz 0,8 robežu, tāpēc uzskatāms par augstu⁶, un var secināt, ka eksāmens kopumā ir uzskatāms par **noturīgu jeb drošu**.

Katram eksāmena uzdevumam tika aprēķināta grūtības pakāpe (*p*) un diskriminācijas indekss (*d*) (7. tabula). Uzdevuma **grūtības pakāpe** ir vidējā rezultāta uzdevumā un maksimāli iespējamo punktu attiecība. Citiem vārdiem sakot, tā norāda, kāda daļa skolēnu pareizi atbildējuši konkrētajā uzdevumā. Jo vieglāks uzdevums, jo grūtības pakāpe augstāka, un atbilstoši, jo grūtības pakāpe zemāka, jo uzdevums ir bijis grūtāks, t.i., mazāk skolēnu ir atbildējuši pareizi. Pēc grūtības pakāpes uzdevumus var dalīt šādās grupās⁷:

- **grūti** uzdevumi – grūtības pakāpe 0 - 0,30,
- **vidēji grūti** uzdevumi – grūtības pakāpe 0,31 - 0,80,
- **viegli** uzdevumi – 0,81 - 1,00.

Diskriminācijas indekss norāda, cik labi uzdevums “šķiro” jeb sadala skolēnus. Augsts diskriminācijas indekss nozīmē, ka šajā uzdevumā ievērojami labāks sniegums ir skolēniem, kuru kopējais punktu skaits eksāmenā ir augstāks. Jo zemāks diskriminācijas indekss, jo līdzīgāk uzdevumu veikuši skolēni ar augstu un zemu kopējo sniegumu. Negatīvs diskriminācijas indekss norāda, ka skolēni ar zemu sniegumu darbā kopumā uzdevumu veic veiksmīgāk kā skolēni ar augstu sniegumu darbā. Pēc diskriminācijas indeksa uzdevumus var grupēt šādās grupās⁸:

- uzdevums ar **ļoti labu** izšķirtspēju – diskriminācijas indekss lielāks kā 0,4;
- uzdevums ar **labu** izšķirtspēju – diskriminācijas indekss 0,30 - 0,39;
- uzdevums ar **daļēju** izšķirtspēju – diskriminācijas indekss 0,20 - 0,29;
- uzdevums ar **zemu** izšķirtspēju – diskriminācijas indekss 0,09 - 0,19;
- uzdevums ar **ļoti zemu** izšķirtspēju – diskriminācijas indekss mazāks kā 0,09.

⁶ Ekolu, S. O., & Quainoo, H. (2019). Reliability of assessments in engineering education using Cronbach's alpha, KR and split-half methods. *Global journal of engineering education*, 21(1), 24-29.

⁷ Dž. Betels Rokasgrāmata pārbaudes darbu veidotājiem, Rīga 2003

⁸ V. Krishnan, *The Early Child Development Instrument (EDI): An item analysis using Classical Test Theory (CTT) on Alberta's data*, 2013.

Uzdevumu grūtības pakāpe (*p*) un diskriminācijas indekss (*d*)

Uzd.	<i>p</i>	<i>d</i>	Uzd.	<i>p</i>	<i>d</i>	Uzd.	<i>p</i>	<i>d</i>
1.1.	0,74	0,56	14.1.	0,68	0,58	24.3.	0,22 ↓	0,26 ↓↓
1.2.	0,53	0,68	14.2.	0,25 ↓	0,55	25.1.	0,48	0,57
1.3.	0,25 ↓	0,32 ↓	15.1.	0,33	0,76	25.2.	0,71	0,35 ↓
1.4.	0,32	0,73	15.2.	0,32	0,74	25.3.	0,55	0,69
1.5.	0,57	0,76	16.1.	0,82 ↑	0,37 ↓	26.	0,55	0,47
2.	0,47	0,65	16.2.	0,8	0,30 ↓	27.1.	0,49	0,63
3.	0,62	0,55	16.3.	0,45	0,77	27.2.	0,51	0,56
4.	0,38	0,73	16.4.	0,57	0,78	27.3.	0,5	0,6
5.	0,35	0,75	17.1.	0,21 ↓	0,54	27.4.	0,4	0,48
6.	0,65	0,68	17.2.	0,36	0,44	27.5.	0,22 ↓	0,41
7.1.	0,71	0,47	17.3.	0,27 ↓	0,6	MV*	0,33	0,65
7.2.	0,44	0,83	18.	0,28 ↓	0,61	RO**	0,28 ↓	0,61
7.3.	0,26 ↓	0,62	19.	0,42	0,74	28.	0,24 ↓	0,54
8.	0,52	0,66	20.1.	0,28 ↓	0,66	29.	0,23 ↓	0,58
9.	0,27 ↓	0,63	20.2.	0,41	0,76	30.	0,24 ↓	0,56
10.1.	0,83 ↑	0,41	20.3.	0,58	0,72	31.1.	0,75	0,54
10.2.	0,63	0,51	21.	0,41	0,71	31.2.	0,24 ↓	0,54
10.3.	0,72	0,61	22.	0,29 ↓	0,49	32.	0,31	0,68
11.	0,84 ↑	0,26 ↓	23.	0,23 ↓	0,48	33.	0,23 ↓	0,4
12.	0,47	0,68	24.1.	0,66	0,47			
13.	0,39	0,62	24.2.	0,69	0,35 ↓			

*Matemātiskā valoda

**Risinājuma organizēšana

Augsta grūtības pakāpe (viegli uzdevumi) 3 uzdevumos (10.1.; 11.; 16.1.) liecina, ka šie uzdevumi ir bijuši saprotami un veiksmīgi apgūti to saturs skolas kursā. Divi no šiem uzdevumiem ir par vektoriem, bet 16.1. uzdevumā skolēni demonstrē, ka labi izprot sakarības starp nogriežņu garumiem piramīdā. Jāpievērš uzmanība, ka visos šajos uzdevumos ir arī zems diskriminācijas indekss (attiecīgi 0,41, 0,26, 0,55), un tas liecina, ka tos ir veikuši labi gan skolēni ar augstu, gan zemu kopējo sniegumu darbā.

Zema grūtības pakāpe (grūti uzdevumi) novērota 18 eksāmena uzdevumos. Tas var liecināt ne tikai par augstu izziņas līmeni uzdevumā, bet arī par to, ka skolas kursā šī prasme nav apgūta vai ir apgūta vāji. Tāpat tas var norādīt uz trūkumiem

uzdevuma formulējumā vai vērtēšanas kritērijos. Lai noskaidrotu, kādi varētu būt ticamākie šādu rezultātu iemesli, ir nepieciešama dziļāka uzdevumu un skolēnu sniegumu analīze.

Zems diskriminācijas indekss, kā jau iepriekš aplūkots, var būt uzdevumos ar augstu vai zemu grūtības pakāpi, jo visi skolēni tos pilda attiecīgi vienlīdzīgi labi vai vienlīdzīgi slikti. Uzmanība jāpievērš uzdevumiem ar optimālu grūtības pakāpi un zemu diskriminācijas indeksu. Šajā eksāmenā tādi ir divi – 24.2. un 25.2. Tā kā uzdevumu saturs ir vienkāršs (24.2. ir jāveido māju trīsciparu numuri – ar šādu paraksi skolēni ir sastapušies jau pamatskolā un 25.2. pārbauda kā skolēni atpazīst pretēju notikumu), tad ir iespējams, ka vienlīdzīgi tos pilda visu grupu skolēni.

Cita metode, kas tiek izmantota, lai noteiktu atsevišķu uzdevumu ticamību un drošumu ir **jautājuma-atbilžu teorija**. Tajā tiek modelēta varbūtiska sakarība starp skolēna spējām un uzdevuma īpašībām. Citiem vārdiem sakot, tiek prognozēts, kā katrs skolēns veiks katru uzdevumu. Tālāk tiek novērtēts, kā prognozētais sakrīt ar novēroto un tas ļauj izdarīt secinājumus par atsevišķiem uzdevumiem un testu kopumā. Šajā eksāmena analīzē tiek izmantota **Raša analīze**, kas ir statistisks modelis, balstīts uz Jautājuma-atbildes teorijas principiem. Šajā uzdevumu analīzē tiek izvērtētas uzdevumu *OUTFIT* vidējās kvadrātiskās vērtības (*MNSQ*). To vērtība tiek sagaidīta robežās $0.5 < MNSQ < 1.5$ ⁹. Lielākas vai mazākas vērtības norāda uz to, ka uzdevums kaut kādā mērā neiederas kopējā eksāmena darbā, ja tiek sagaidīts, ka eksāmens darbosies kā mērinstruments. Eksāmenā četros uzdevumos šī vērtība pārsniedz noteiktās robežas: 9. (1,89), 24.3. (1,87), 33. (1,65), 1.3. (1,5)

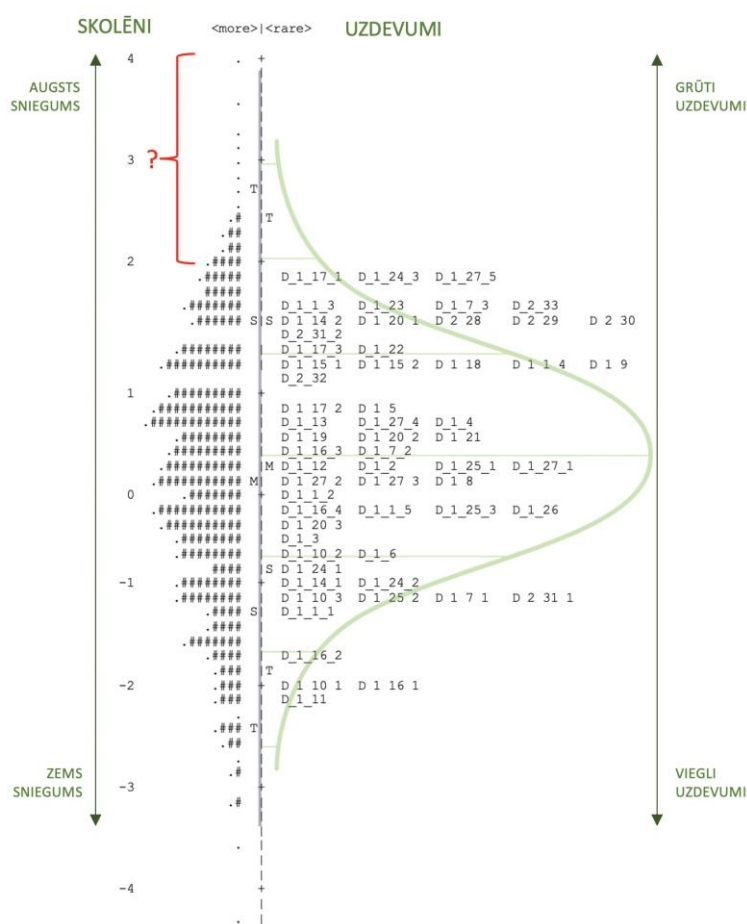
Uzdevumos **1.3.** un **24.3.** ļoti iespējams, ka skolēni atbildes minēja, jo praksē ar šādiem uzdevumiem saskaras maz. To apliecina arī zemais diskriminācijas indekss abos šajos uzdevumos (atbilstoši 0,32 un 0,26).

Uzdevumos **9.** un **33.** ir skaidrs formulējums, un tajos skolēniem nav piedāvāti atbilžu varianti, varam izslēgt iespēju uzminēt atbildi. Tāpēc atliek aplūkot vēl vienu iespējamo iemeslu, kāpēc Raša analīze identificē problēmu šajos uzdevumos. Pastāv iespēja, ka šie uzdevumi nemēra to pašu, ko pārējais eksāmena darbs. Šie uzdevumi tiešām ir bijuši skolēniem ļoti grūti (grūtības pakāpes attiecīgi 0,27 un 0,23). 9. uzdevumam ir augsts diskriminācijas indekss, kas liecina, uzdevums ir drīzāk

⁹ Azizah, Nur & Suseno, Muchlas & Hayat, Bahrul. (2021). *Item Analysis of the Rasch Model Items in the Final Semester Exam Indonesian Language Lesson*. *World Journal of English Language*. 12. 15. 10.5430/wjel.v12n1p15.

skolēniem grūts, nevis problemātisks no darba izstrādes viedokļa. Savukārt, sīkāka 33. uzdevuma analīze atklāj, ka rādītājus stipri ietekmē skolēni, kuriem kopumā darbā ir maz punktu, (to apstiprina arī salīdzinoši zems diskriminācijas indekss 0,4). Šāda situācija veidojas, jo daudz skolēnu ir saņēmuši vienu vai divus punktus (6. att.) neskatoties uz savu kopējo līmeni darbā. Taču “spēcīgākie” skolēni nav pietiekoši lielā skaitā tikuši šajā uzdevumā līdz galam. Detalizētāku šī uzdevuma invertējumu skatīt tālāk uzdevumu izvērtējuma sadaļā.

Raša analīzes Raita karte ļauj sarindot skolēnus pēc viņu snieguma un uzdevumus pēc to grūtības, turklāt rezultātus attēlot uz vienas skalas (7. att). Kreisajā pusē attēloti skolēni. Augšpusē ir tie, kuru sniegums ir augsts, zemāk tie, kuru sniegums ir zems. Katrs simbols “#” apzīmē 18 skolēnus un katrs punkts ir 1 līdz 17 skolēni. Labajā pusē ir uzdevumi – grūtākie augšā un vieglākie zemāk.

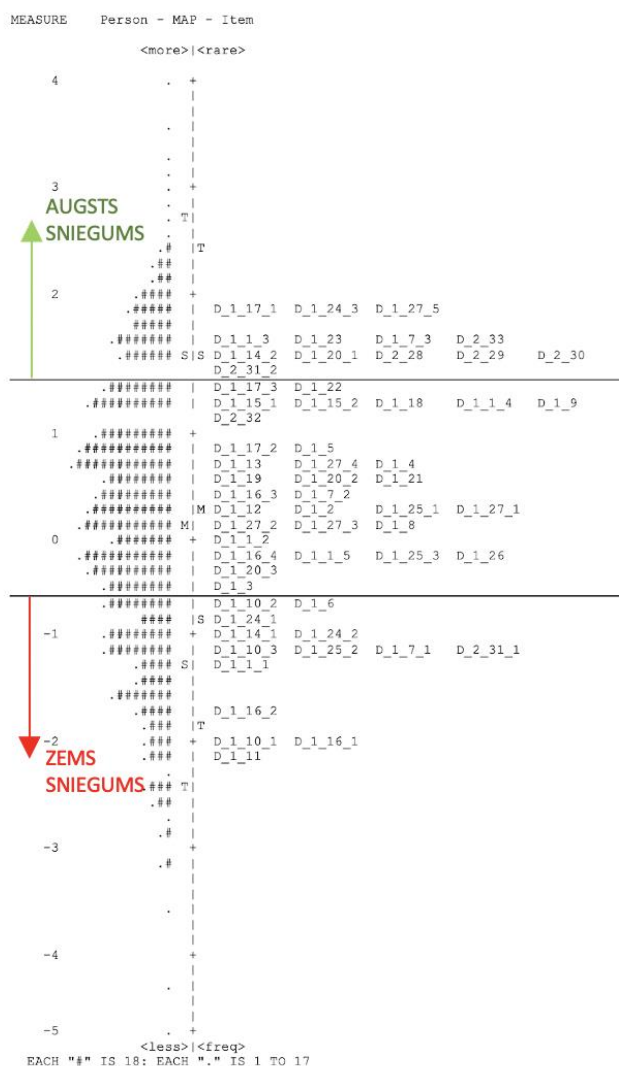


7. att. Eksāmena Raita kartes raksturojums

Lai varētu apgalvot, ka pārbaudes darbs ir izveidots atbilstoši populācijai, būtu simetriski jāveidojas normālam sadalījumam, gan skolēnu pusē, gan uzdevumu pusē.

Šajā gadījumā redzams, ka skolēni izkārtojas tuvu normālam sadalījumam, bet uzdevumi nē. Pirmkārt, lai katram skolēnam būtu iespēja parādīt savu labāko sniegumu, uzdevumiem šajā kartē uz ass ir jāsniedzas augstāk kā skolēnu sniegumam. Šajā gadījumā ir skolēni ar augstu sniegumu, kuru precīzai sarindošanai pretī trūkst uzdevumu. Otrkārt, lai uzdevumi izkārtotos vienmērīgāk, būtu jāsamazina uzdevumu skaits, tajās vietās, kur Raita kartē veidojas “sablīvējumi”.

Raita karte dod iespēju novērtēt un noteikt robežu skolēnu **augstam un zemam sniegumam** (8. att.). Lai arī šis paņēmieni nav viennozīmīgs, priekšrocība ir tā, ka katram līmenim var piekārtot ne tikai skolēnus, bet arī uzdevumus. Horizontālās līnijas attēlā norāda robežas augstam un zemam sniegumam. Tās tika noteiktas, ne tikai izmantojot Raita kartē iezīmētās standartnoviržu vērtības, bet arī ņemot vērā uzdevumu izziņas līmeni. Zemam līmenim atbilst uzdevumi ar zemāko izziņas līmeni, bet augstam līmenim ar augstāko.



8. att. Augsts un zems līmenis Raita kartē

Ievērojot šīs robežas, zemu sniegumu demonstrē 29% skolēnu, bet augstu sniegumu 17% skolēnu. Darbā ir maz augstas izzīņas darbības līmeņa uzdevumu, tas traucē izdarīt precīzus secinājumus par tiem skolēniem, kuru sniegums ierindojas augšpusē.

Skolēnu snieguma un rezultātu analīze, izmantojot uzdevumus

Šajā analīzes daļā teksts veidots, sākotnēji raksturojot uzdevumu, iekļaujot tajā arī datus par sniegumu, dziļāk analizējot izlases kopas snieguma tendences un piedāvājot skolēnu sniegumu raksturojošus piemērus.

Uzdevuma raksturojumā iekļauts: 1) kas skolēnam jāsaprot, lai risinātu; 2) vispārējās prasmes, kas ietekmē skolēna sniegumu; 3) domāšanas kompleksuma/dziļuma līmenis (sk. 8. tab.). Tālākajā tekstā, analizējot uzdevumus atsevišķi, netiek numurēti attēli un tabulas.

8. tabula.

Uzdevuma raksturojuma piemērs

Skolēnam jāsaprot/jāzina	
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	
Izziņas darbības līmenis	

Izlases kopas raksturojums un pamatojums

Lai analizētu, kā skolēni spriež, veido un pieraksta savu risinājumu, tika atlasīta izlases kopa, kuru veido 100 skolēnu darbi. Veicot šo atlasīti, tika izvēlēti skolēnu darbi, kuru sniegums nebija zemāks par 20%, tos sagrupējot: A grupa - skolēni, kuru sniegums ir intervālā no 80% līdz 100%, B grupa – no 60% līdz 80%, C grupa – no 40% līdz 60% un D grupa no 20% līdz 40%.

Analīzē tiek piedāvāta informācija, kā katras grupas skolēniem veicies ar konkrētā uzdevuma izpildi, kādas tendences varam saskatīt katras skolēnu grupas veikumā, kopējo un atšķirīgo.

Iedziļinoties skolēnu sniegunā, izvērtējot to konkrētos uzdevumos, tiek dota iespēja saskatīto saistīt ar mācīšanas procesu, lai pilnveidotu to. Darot tāpat, tikai vairāk, grūti panākt sistēmiskus uzlabojumus matemātikas mācīšanā. Efektīva matemātikas mācīšanās nozīmē dziļas izpratnes veidošanu par būtiskām satura idejām/ziņām, daudzveidīgu vispārējo prasmju lietošanu dažādos kontekstos, produktīvas darbības pieredzes veidošanu. Organizējot un plānojot mācīšanās procesu, jautājums, kā skolēns domā, ir tikpat svarīgs, kā jautājums - kas skolēnam jāprot galarezultātā.

Skolēnu rezultātu un snieguma analīze 1.daļas uzdevumos

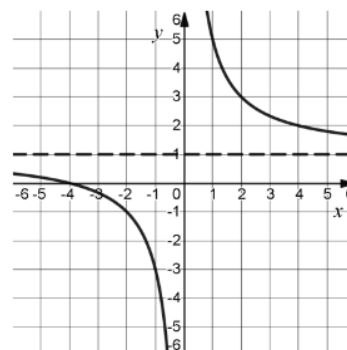
1.1. uzdevums.

1. uzdevums (5 punkti)

Dots grafiks funkcijai $f(x) = \frac{4}{x} + 1$, kur $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ (1. att.).

1.1. (1 punkts) Aprēķini vai nosaki no grafika dotās funkcijas vērtību, ja $x = -1$.

Atbilde:



1. att.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdziens <i>funkcijas vērtība</i> .
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Izvēle, kā noteikt funkcijas vērtību – aprēķinot vai izmantojot funkcijas grafiku. Skaitļošanas prasmes. Funkcijas vērtības pieraksts.
Izziņas darbības līmenis	1.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Aprēķina funkcijas vērtību	15	14	23	12
Nolasa funkcijas vērtību no grafika	5	14	7	4
Cits kļūdainais risinājums		2		
Nesāk risināt				4

Lielākā daļa no skolēniem aprēķina funkcijas vērtību, izmantojot dotās funkcijas vienādojumu, tomēr aptuveni trešdaļa no skolēniem funkcijas vērtību nosaka, izmantojot doto grafiku, par ko liecina atliktais punkts grafikā. Šajā uzdevumā kopumā varam pateikt, vai skolēni prot noteikt funkcijas vērtību, ja arguments dots, bet nevaram pateikt, kuru no paņēmieniem skolēns ir izvēlējis. Mācību procesā būtu vēlams veidot sarunu ar skolēniem, kurš no paņēmieniem ir efektīvāks, un lūgt pamatot savu izvēli.

Piemēri no skolēnu darbiem:

Funkcijas vērtība aprēķināta, izmantojot dotās funkcijas vienādojumu.

1.1. (1 punkts) Aprēķini vai nosaki no grafika dotās funkcijas vērtību, ja $x = -1$.

$f(-1) = \frac{4}{-1} + 1 = -4 + 1 = -3$

Atbilde: $f(-1) = -3$

Funkcijas vērtība noteikta, izmantojot doto grafiku.

Zināšanas, izpratne un prasmes

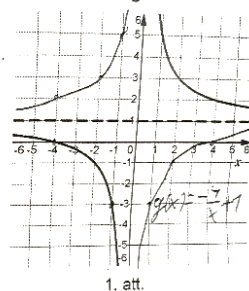
1.–9. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt savas zināšanas, izpratni un prasmes algebrā.

1. uzdevums (5 punkti)

Dots grafiks funkcijai $f(x) = \frac{4}{x} + 1$, kur $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ (1. att.).

1.1. (1 punkts) Aprēķini vai nosaki no grafika dotās funkcijas vērtību, ja $x = -1$.

Atbilde: -3



1.2. (1 punkts) Kura no nevienādībām ir patiesa?

A $f(-2) < f(-1)$

B $f(-1) > f(1)$

1.2. uzdevums.

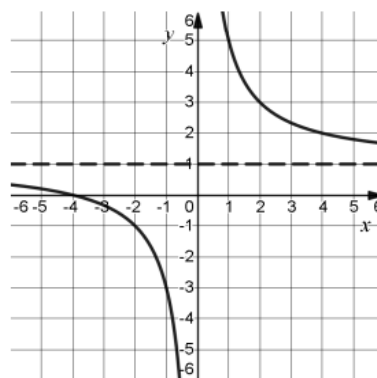
1.2. (1 punkts) Kura no nevienādībām ir patiesa?

A $f(-2) < f(-1)$

B $f(-1) > f(1)$

C $f(1) < f(2)$

D $f(4) > f(5)$



Skolēnam jāsaprot/jāzina	Pieraksts $f(x)$, saprot simbolu $<$, $>$ lietojumu
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Nosaka funkcijas vērtību, izmantojot grafiku. Veic aprēķinus, ja nosaka funkcijas vērtību analītiski. Skaitliskie aprēķini, ja netiek izmantots funkcijas grafiks.
Izziņas darbības līmenis	2. līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Norādīta pareizā atbilde	18	24	20	4
Norādīta nepareizā atbilde	2	6	9	13

	Argumenta vērtību precīza pierakstīšana, pareiza mainīgā un intervāla lietojums.
Izziņas darbības līmenis	1.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Nosaka pareizu intervālu	19	24	14	2
Cits kļūdainis risinājums	1	6	15	14
Nesāk risināt			1	4

No nepareizi noteiktiem intervāliem visbiežāk pieraksta $x \in (-\infty; -4)$ (grupā B 1 skolēns, grupā C – 3 skolēni, grupā D – 3 skolēni). Intervālu $x \in (-\infty; 0)$ grupā B uzraksta 2 skolēni, grupā C – 1 skolēns, grupā D – 4 skolēni, uzskatot, ka x ass ir taisne $y = 1$. Šādu intervālu pieraksts liecina, ka skolēni zina, ka argumenta vērtības ir x vērtības, tomēr neprot nolasīt vai pierakstīt prasīto intervālu.

1.5. uzdevums.

1.5. (1 punkts) Dotajā koordinātu plaknē konstruē funkcijas $g(x) = -\frac{4}{x} + 1$ grafiku.



Skolēnam jāsaprot/jāzina	Kā zīmē funkcijas grafiku, daļveida funkcijas grafika “izskats” vai funkcijas īpašības.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Argumenta vērtību izvēle, lai iegūtu precīzāku grafiku, un atbilstošo funkcijas vērtību aprēķināšana. Lai uzzīmētu funkcijas grafiku, atsevišķu grafika punktu ieguve ne vienmēr ir pietiekama; jānosaka papildus punkti, jādomā par funkcijas īpašībām.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Izveido vērtību tabulu un konstruē grafiku	15	19	17	4
Uzzīmē simetrisku grafiku	3	9	8	3
Tabula tikai pozitīvām vērtībām un pilns, simetrisks grafiks				6
Tabula tikai pozitīvām vērtībām un “labais” zars				2

Nesāk risināt	2	2	5	5
---------------	---	---	---	---

Skolēni lieto divas stratēģijas: 1) izveido vērtību tabulu un konstruē grafiku; 2) uzreiz zīmē simetrisku grafiku.

Piemēri no skolēnu darbiem:

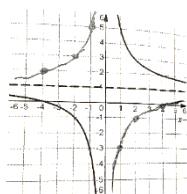
⇒ 1.5. (1 punkts) Dotajā koordinātu plaknē konstruē funkcijas $g(x) = -\frac{4}{x} + 1$ grafiku.

1) $x \mid g(x) = -\frac{4}{x} + 1$
 $-1 \mid g = 5$
 $-2 \mid g = 3$
 $-4 \mid g = 2$

2) Uzāīmēju hiperbolu pa punktiem
 3) Spoguļattēla uzāīmēju tādu pašu hiperbolu pret punktu (0;1)

⇒ 1.5. (1 punkts) Dotajā koordinātu plaknē konstruē funkcijas $g(x) = -\frac{4}{x} + 1$ grafiku.

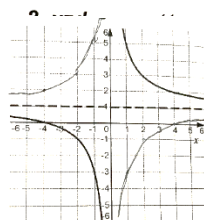
1) $-f(x) = -\frac{4}{x} + 1$ 2) $-f(x) = g(x)$... funkcijas ir pretējās



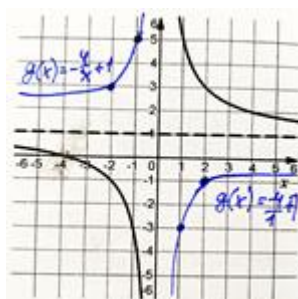
1. att.

⇒ 1.5. (1 punkts) Dotajā koordinātu plaknē konstruē funkcijas $g(x) = -\frac{4}{x} + 1$ grafiku.

Grafiks $g(x) = -\frac{4}{x} + 1$ ir simetrisks attiecībā pret asi $y=1$.
 attiecībā pret asi $y=1$ ir simetrisks attiecībā pret asi $y=1$.
 attiecībā pret asi $y=1$ ir simetrisks attiecībā pret asi $y=1$.



1. att.



No skolēnu risinājumiem redzams, ka simbolu "Organizēts un skaidrots risinājums" atsevišķi skolēni uztvēruši kā prasību aprakstīt darbības soļus, ko tie ir veikuši. Skolēni, kuri korekti uzzīmēja funkcijas grafiku, ievēroja asimptotas un definīcijas kopu. Grupās C un D uzzīmētajos grafikos, skolēni neievēro asimptotas.

2. uzdevums.

2. uzdevums (1 punkts)

Izteiksmi $x^3 - 8$ sadalot reizinātājos, iegūst

A $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

B $(x - 2)(x^2 - 2x + 4)$

C $(x - 2)(x^2 + 4)$

D $(x - 2)(x^2 - 4)$

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Kā izteiksmju pārveidojumos kādu izteiksmi pierakstīt citādi, aizstājot ar identiski vienādu izteiksmi.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Formulu lapā atrod vai zina satura tēmai un konkrētajai darbībai atbilstošo formulu. Lieto kubu starpību, kubu summu izteiksmes sadalīšanai reizinātājos. Iespēja pārbaudīt dotās atbildes, izmantojot reizināšanu.
Izziņas darbības līmenis	1.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Norādīta pareizā atbilde	18	26	20	7
Norādīta nepareizā atbilde	2	4	9	13
Nesāk risināt			1	

Darbos vērojams, ka skolēni veic pārbaudi, atverot iekavas. Tātad uzdevums mēra nevis prasmi sadalīt reizinātājos, bet pretējo – reizināšanas izpildīšanu un izteiksmes vienkāršošanu. No nepareizajām atbildēm bieži izvēlas atbildi B (grupā C – 6 skolēni, grupā D – 5 skolēni), grupas D 8 skolēni izvēlas arī atbildi C. Viens no cēloņiem varētu būt – izvēlas nepareizo formulu, kura dota formulu lapā.

Piemērs no skolēnu darba:

2. uzdevums (1 punkts)Izteiksmi $x^3 - 8$ sadalot reizinātājos, iegūst

A $(x-2)(x^2+2x+4) = x^3 + 2x^2 + 4x - 2x^2 - 4x - 8 = x^3 - 8$

B $(x-2)(x^2-2x+4) = x^3 - 2x^2 + 4x - 2x^2 \dots$

C $(x-2)(x^2+4) = x^3 + 4x - 2x^2 - 8$

D $(x-2)(x^2-4) = x^3 - 4x - 2x^2 + 8$

3. uzdevums.**3. uzdevums (1 punkts)**Izteiksme $\frac{-a}{a-3}$ ir identiski vienāda ar izteiksmi

A $\frac{a}{3-a}$

B $\frac{a}{a+3}$

C $\frac{a}{-a-3}$

D $\frac{-a}{-a+3}$

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdziens <i>identiskas izteiksmes</i> . Identisku pārveidojumu veikšana
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Daļas skaitītāja un saucēja reizināšana ar negatīvu skaitli.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Norādīta pareizā atbilde	18	26	20	11
Norādīta nepareizā atbilde	2	4	9	9
Nesāk risināt			1	

Skolēnu darbos vērojams, lai iegūtu atbildi, skolēni veic šos pārveidojumus.

Piemēri no skolēnu darbiem:**3. uzdevums (1 punkts)**Izteiksme $\frac{-a}{a-3}$ ir identiski vienāda ar izteiksmi

$$\frac{-a+1}{(a-3) \cdot (-1)} = \frac{0}{-a+3} = \frac{a}{3-a}$$

$$\frac{-(-a)}{-(a-3)} = \frac{a}{3-a}$$

$$-\frac{-a}{a-3} = \frac{-(-a)}{-(a-3)} = \frac{a}{3-a}$$

Nepareizo atbilžu izvēle grupā A ir 2 skolēniem D atbilde, kas liecina, ka skolēni zina, ka “jāmaina” zīmes, bet dara to tikai saucējā. Grupā B 4 skolēni izvēlas atbildi C, kas rāda to, ka zina, ka “jāmaina” gan saucējā, gan skaitītājā, saprotot to tikai ar vienu mainīgo, neuztverot saucēju kā vienotu izteiksmi. Grupās C un D skolēni izvēlējas gan C, gan D atbildes. Kopumā tas rosina domāt, ka daļai skolēnu ir zināšanas, bet nav izpratnes par to lietošanu.

4. uzdevums.



4. uzdevums (4 punkti)

Dota izteiksme visām pieļaujamām a vērtībām. Saskaiti daļas, un iegūto daļu saīsini.

$$\frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{a^2-9}$$

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Algebrisko daļu saskaitīšanas algoritms. Saskaitot un atņemot algebriskas daļas, jāvienādo saucēji. Izteiksmes sadalīšana reizinātājos.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Kopīgā saucēja saskatīšana un uzrakstīšana. Izteiksmju pārveidošana, izmantojot reizināšanu, saīsināšanu vai paplašīnu, sadalot daļas saucēju reizinātājos. Saistītā pieraksta lietojums.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Atrisināts pilnībā	17	15	12	
Nosaka kopsaucēju, sareizina binomus, veic pārveidojumus skaitītājā, bet tālāk nerisina	3	7	2	4
Nosaka kopsaucēju, sareizina binomus, bet kļūdās, veicot pārveidojums skaitītājā, tāpēc tālāk nerisina		3	3	2
Nosaka tikai kopsaucēju, tālāk risinājums nekorekts		4	7	5

Uzdevumu pārveido kā vienādojumu, kļūdaini			1	1
Cits kļūdainais risinājums		1	4	5
Nesāk risināt			1	3

Arī šajā uzdevumā simbolu "Organizēts un skaidrots risinājums" vairākos darbos skolēni uztvēruši kā zīmi, ka jāskaidro katra veiktā darbība. Šāda apraksta veidošana nozīmē, ka jaunais simbols tiek uztverts dažādi un skolēni veic lieku darbu – savu darbību skaidrošanu.

Piemēri no skolēnu darbiem:

4. uzdevums (4 punkti) $2(5a+3)$

Dota izteiksme visām pieļaujamām a vērtībām. Saskaiti daļas, un iegūto daļu saīsini.

$$\frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{a^2-9}$$

reizinā ar $a-3$, lai vienādotu saucējus

$$= \frac{(a-1)(a-3)}{(a+3)(a-3)} + \frac{10a+6}{(a+3)(a-3)}$$

izmantojam saīsināšanas formulu

$$= \frac{(a-1)(a-3)}{(a+3)(a-3)} + \frac{10a+6}{(a+3)(a-3)}$$

atver iekavas

$$= \frac{a^2 - 3a - a + 3}{(a+3)(a-3)} + \frac{10a+6}{(a+3)(a-3)}$$

1. izmantot formulu (saīnāt) ar iekavām iegūt $10a+6$

$$= \frac{a^2 - 4a + 3 + 10a + 6}{(a+3)(a-3)}$$

2. saīsināt daļas

$$= \frac{a^2 + 6a + 9}{(a+3)(a-3)} = \frac{(a+3)^2}{(a+3)(a-3)}$$

saīnām

$$= \frac{a+3}{a-3}$$

Atbilde: $\frac{a+3}{a-3}$

5. uzdevums (3 punkti)

4. uzdevums (4 punkti)

Dota izteiksme visām pieļaujamām a vērtībām. Saskaiti daļas, un iegūto daļu saīsini.

$$\frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{a^2-9}$$

1) $\frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{(a-3)(a+3)}$ novienādojam saucējus

2) $\frac{a^2 - 3a - a + 3 + 10a + 6}{(a+3)(a-3)}$ saliekam skaitītājus zem kopīgā saucēja

3) $\frac{a^2 + 6a + 9}{(a+3)(a-3)}$ saliekam līdzīgos

4) $\frac{(a+3)^2}{(a+3)(a-3)} = \frac{a+3}{a-3}$ izmantojam saīsināšanas formulu un pārveidojam skaitītāju. Saīsinām daļas, ja ir iespējams.

Atbilde: $\frac{a+3}{a-3}$

Darbos, kurā skolēns nosaka kopsaucēju, sareizina binomus, veic pareizi pārveidojumus skaitītājā, bet tālāk nerisina, liecina, ka skolēnam nav izpratnes par daļu saīsināšanu. Vēl šajā risinājumā redzam to, ka skolēnam nav īsti izpratnes, kas ir vienādojums un kas - izteiksme, jo tiek rādīta reizināšana ar saucēju, kas netiek veikta.

4. uzdevums (4 punkti)

Dota izteiksme visām pieļaujamām a vērtībām. Saskaiti daļas, un iegūto daļu saīsi.

$$\frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{a^2-9} = \frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{(a-3)(a+3)} \quad | \cdot (a-3)(a+3) \neq 0, \forall a \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$$

D.A. $\frac{1}{a+3}$ kā $\frac{a-3}{(a-3)(a+3)}$ O. DAUT NAV JĒGRS, TAD $a-3 \neq 0$ un $a+3 \neq 0$
 $a \neq 3$ $a \neq -3$
 $a \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 3\}$

$$\frac{(a-1)(a-3) + (10a+6)}{(a-3)(a+3)} = \frac{a^2 - 3a - a + 3 + 10a + 6}{a^2 - 9} = \frac{a^2 + 6a + 9}{a^2 - 9}$$

$$= \frac{(a+3)^2}{a^2 - 9}$$

Tālāk varam vērot vēl cita veida piemērus, kur skolēni neveic risinājumus līdz galam. Šie piemēri liek domāt, ka skolēni zina algoritmu daļu saskaitīšanai, bet nesaskata un nedemonstrē izpratni par iespējamo izteiksmes vienkāršošanu, veicot tajā saīsināšanu.

Dota izteiksme visām pieļaujamām a vērtībām. Saska

$$\frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{a^2-9} = \frac{(a-1) \cdot (a-3) + 10a+6}{(a-3) \cdot (a+3)} =$$

$$= \frac{a^2 - 3a - a + 3 + 10a + 6}{(a-3) \cdot (a+3)} =$$

$$= \frac{a^2 + 6a + 9}{(a-3) \cdot (a+3)} =$$

$$= \frac{(a+3)^2}{a^2 - 3^2}$$

4. uzdevums (4 punkti)

Dota izteiksme visām pieļaujamām a vērtībām. Saskaiti daļas, un iegūto daļu saīsi.

$$\frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{a^2-9} = \frac{(a-3)(a-1) + 10a+6}{a^2-9} = \frac{a^2 - a - 3a + 3 + 10a + 6}{a^2-9} =$$

$$= \frac{a^2 + 6a + 9}{a^2-9}$$

4. uzdevums (4 punkti)

Dota izteiksme visām pieļaujamām a vērtībām. Saskaiti daļas, un iegūto daļu saīsi.

$$\frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{a^2-9} = \frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{(a-3)(a+3)} = \frac{(a-3) \cdot (a-1) + 10a+6}{(a-3)(a+3)} =$$

$$= \frac{a^2 - a - 3a + 3 + 10a + 6}{(a-3)(a+3)} = \frac{a^2 + 6a + 9}{(a-3)(a+3)}$$

4. uzdevums (4 punkti)

Dota izteiksme visām pieļaujamām a vērtībām. Saskaiti daļas, un iegūto daļu saīsi.

$$\frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{a^2-9} = \frac{a^2 - 3a - a + 3 + 10a + 6}{a^2-9} = \frac{a^2 + 6a + 9}{a^2-9}$$

Nosaka kopsaucēju, sareizina binomus, bet kļūdās, veicot pārveidojumus skaitītājā, tāpēc tālāk uzdevums vairs nav risināms.



4. uzdevums (4 punkti)

Dota izteiksme visām pieļaujamām a vērtībām. Saskaiti daļas, un iegūto daļu saīsi.

$$\frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{a^2-9} = \frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{(a-3)(a+3)} = \frac{(a-1)(a-3)}{(a-3)(a+3)} + \frac{10a+6}{(a-3)(a+3)}$$

$$= \frac{a^2-3a-a+4+10a+6}{(a-3)(a+3)} = \frac{a^2+6a+10}{a^2-9}$$

Skolēns spēj atrast kopīgo saucēju, bet demonstrē to, ka nav izpratnes, ko nozīmē saīsināt daļu, tālāk veicot aplamas darbības.

$$\frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{a^2-9} =$$

$$\frac{(a-1)(a-3)+10a+6}{(a+3)(a-3)} =$$

$$= \frac{a-1+10a+6}{a+3} =$$

$$= \frac{11a+5}{a+3}$$

Skolēns izteiksmi tās pārveidošanas beigu daļā uztver kā vienādojumu, kļūdās aprēķinos. Arī šajā gadījumā redzams, ka skolēnam nav izpratnes par izteiksmi un vienādojumu.

4. uzdevums (4 punkti)

Dota izteiksme visām pieļaujamām a vērtībām. Saskaiti daļas, un iegūto daļu saīsi.

$$\frac{a-1}{a+3} + \frac{10a+6}{a^2-9} = \frac{a-1}{a+3} + \frac{2(5a+3)}{(a-3)(a+3)} = \frac{a^2-3a-a+3+10a+6}{(a-3)(a+3)} = \frac{a^2+6a+9}{(a-3)(a+3)}$$

$$a^2+6a+9=0$$

$$D=36-4 \cdot 9=0$$

$$x_1=\frac{-6+0}{2}=-3$$

$$x_2=\frac{-6-0}{2}=-3$$

Atbilde: $x_1=-3, x_2=-3$

Tā kā vispirms mācām darbības ar izteiksmēm un tad vienādojumus, redzams, ka īpaša uzmanība būtu jāvelta sarunām ar skolēniem par šo jēdzienu izprašanu, ko tie nozīmē, ko nozīmē algoritmi, kurus veicam.

5. uzdevums.



5. uzdevums (3 punkti)
Atrisini vienādojumu $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} = 0$.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Kā risina <i>daļveida vienādojumu</i> . Algebriskas daļas definīcijas kopa ir visas tās mainīgā vērtības, kurām daļas saucējs nav vienāds ar nulli. Vienādojuma sakne ir mainīgā vērtība, kuru ievietojot tā vietā, iegūst pareizu vienādību.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Kvadrātvienādojuma atrisināšana. Spriedumu veikšana, balstoties uz zināšanām par daļveida vienādojuma atrisināšanu. Definīcijas apgabala pierakstīšana un izmantošana risinājumā. Skaitlisko aprēķinu veikšana.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Atrisināts pilnībā	16	19	7	2
Atrisināts tikai $A(x) = 0$		2	4	2
Atrisināts tikai $B(x) \neq 0$		1	1	
Atrisināts $A(x) = 0$ un $B(x) \neq 0$, nenosaka atbildi		4	2	2
Izslēdz sakni jau pie $A(x) = 0$, bez atbildes	3	2	1	
Samaina vietām $A(x) \neq 0$ un $B(x) = 0$, nenosaka atbildi		1	1	
Cits kļūdainais risinājums	1		12	5
Nesāk risināt		1	2	8

Korektos skolēnu risinājumos varam vērot dažādu pierakstīšanas stilu, kas ir akceptējams.

Piemēri no skolēnu darbiem:

5. uzdevums (3 punkti)
Atrisini vienādojumu $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} = 0$.

$$\frac{x(x-2)}{x^2-x-2} = 0 \quad \text{D.A. } x^2-x-2 \neq 0$$

$$x(x-2) = 0 \quad x \neq 2 \quad x \neq -1$$

$$x = 0 \quad x - 2 = 0$$

$$x = 2 \text{ - neietilpst definīcijas apgabali}$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 2) \cup (2; +\infty)$$

5. uzdevums (3 punkti)
Atrisini vienādojumu $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} = 0$.

$$\frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

Definīcijas apgabals:

$$x^2 - x - 2 \neq 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = -2$$

$$x_1 + x_2 = +1 \quad (\text{Vieta teorēma})$$

$$x_1 \neq -1 \quad x_2 \neq 2$$

nedar pēc definīcijas apgabala

5. uzdevums (3 punkti)
Atrisini vienādojumu $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} = 0$.

$$\frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} = 0 \quad | \cdot (x^2 - x - 2)$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

$$x = 0 \quad x - 2 = 0$$

$$x_2 = 2 \text{ (nedar, p D.A.)}$$

D.A. $x^2 - x - 2 \neq 0$

$$x_1 + x_2 \neq 1 \quad x_1 \neq -1$$

$$x_1 \cdot x_2 \neq -2 \quad x_2 \neq 2$$

Vēl skolēni atbildes izslēgšanu veic vietā, kur risināts vienādojums. Ja skatāmies risinājumu, tad varētu rasties jautājums, ko nozīmē pieraksts

$$x - 2 = 0$$

$$x \neq 2$$

Aicinām skolēnus šādu pierakstu neveidot vai komentēt, kā no viena sprieduma nonāk līdz nākamajam.

5. uzdevums (3 punkti)
Atrisini vienādojumu $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} = 0$.

$x^2 - 2x = 0$ vai $x^2 - x - 2 = 0$ D.A. $x \neq 2$

$x(x-2) = 0$ $a=1, b=-1, c=-2$

$x=0$ vai $x-2=0$ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1+8=9$

$x \neq 2$ $x_1 = \frac{1 + \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{1+3}{2} = 2$ (neder)

$x_2 = \frac{1 - \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{1-3}{2} = -1$ (neder)

Atbilde: ~~$x=0$~~
 $x_2 = 0$

Skolēni var izmantot arī citu pieraksta veidu, nekā tradicionāli esam pieraduši. Skolēns demonstrē prasmi, ka daļveida vienādojuma saknes var iegūt, skaitītāju pielīdzinot 0 un tad veicot aprēķināto sakņu pārbaudi.

5. uzdevums (3 punkti)
Atrisini vienādojumu $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} = 0$.

$x^2 - 2x = 0$ $x(x-2) = 0$ $x_1 = 0$ vai $x_2 = 2$

Pārbauda: 1) $\frac{0^2 - 2 \cdot 0}{0^2 - 0 - 2} = 0$ $\frac{0}{-2} = 0$ $0=0$ (identitāte)

2) $\frac{2^2 - 2 \cdot 2}{2^2 - 2 - 2} = 0$ $\frac{4-4}{4-4} = 0$ $\frac{0}{0} = 0$ nedrīkst dalīt ar nulli

Atbilde: ~~$x=0$~~ $x=0$

Veic pārveidojumus, taču nesaprot, ko nozīmē atrisināt daļveida vienādojumu.

Atrisini vienādojumu $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} = 0$. $x \neq 2$

$\frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} = 0$ $\frac{x(x-2)}{(x-2)(x+1)} = 0$ $\frac{x}{x+1} = 0$

$x=0$ $x+1=0$ $x=-1$

Uzskatīsim $x^2 - x - 2 = 0$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -2 \end{cases}$ $x_1 = -1$ $x_2 = +2$

$\frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} = 0$

1) $x^2 - 2x = 0$ $x(x-2) = 0$ $x \neq 2$ $x \neq 0$

2) $x^2 - x - 2 = 0$ $x_1 \cdot x_2 = -2$ $x_1 = -1$ $x_2 \neq 2$

3) $x_1 + x_2 = +1$ $x_2 \neq 2$

ATBILDE: $x = -1$

Analizējot skolēnu darbus, redzam, ka arī šajā uzdevumā daļa skolēnu demonstrē prasmes veikt kādus algoritmus, tomēr neparāda izpratni, ko nozīmē risināt šāda veida vienādojumu.

6. uzdevums.

6. uzdevums (1 punkts)

Nosaki lielāko veselo skaitli, kurš mazāks nekā $\sqrt[3]{510}$.

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzienus <i>3.pakāpes sakne, lielāks, mazāks.</i>
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Aprēķina n-tās pakāpes sakni no reāla skaitļa gan aptuveni, gan precīzi, t. sk. ar digitāliem rīkiem. Veido spriedumu, balstoties uz pieredzi par kāpināšanu. Lasot tekstu, saprot sakarību starp jēdzieniem <i>lielākais veselais skaitlis</i> un <i>3.pakāpes saknes vērtība</i> .
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Izskaitļo ar kalkulatoru	8	16	8	5
Secina, izmantojot 7^3 , 8^3 vai $\sqrt[3]{343}$, $\sqrt[3]{512}$	10	11	8	
Uzraksta tikai pareizu atbildi	1	2	8	4
Cits kļūdainis risinājums	1	1	2	4
Nesāk risināt			4	7

Šī uzdevuma veikšanā skolēni varēja izmantot dažādus veidus tā risināšanā.

Piemēri no skolēnu darbiem:

Eksāmenā bija iespēja lietot kalkulatoru, kas tika izmantots.

$\sqrt[3]{510} \approx 7,98$
 $7 < 7,98$
 Atbilde: 7

Atbildes noskaidrošanai neizmanto kalkulatoru.

6. uzdevums (1 punkts)

Nosaki lielāko veselo skaitli, kurš mazāks nekā $\sqrt[3]{510}$.

$8^3 = 512 \Rightarrow \sqrt[3]{510} < \sqrt[3]{512} = 8$
 $7^3 = 343 \Rightarrow \sqrt[3]{510} > \sqrt[3]{343} = 7 \Rightarrow 7 < \sqrt[3]{510} < 8$
 Atbilde: 7

$$\sqrt[3]{343} < \sqrt[3]{510} < \sqrt[3]{512}$$

$$7 < \sqrt[3]{510} < 8$$

Atbilde: 7

Izmanto gan kalkulatoru, gan veic spriedumus.

6. uzdevums (1 punkts)

Nosaki lielāko veselo skaitli, kurš mazāks nekā $\sqrt[3]{510}$.

$$\sqrt[3]{510} \approx 7,98976$$

$$510 < 512$$

$$7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$$

$$8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$$

Atbilde: 7

Piemēru izskaitļo pareizi, taču atbildi pieraksta aplami.

6. uzdevums (1 punkts)

Nosaki lielāko veselo skaitli, kurš mazāks nekā $\sqrt[3]{510}$.

$$\sqrt[3]{510} \approx 7,9$$

$$7^3 = 243$$

$$8^3 = 512$$

Atbilde: 7

Mācību procesā ieteikums būtu skolēniem dot iespēju strādāt dažādi, salīdzinot izmantotos paņēmienus, rosinot izvēlēties situācijai efektīvāko un atbilstošāko, veicinot izpratni par darbību veikšanu ar n -tās pakāpes saknēm un skaitļa izjūtu.

7.1. uzdevums.

7. uzdevums (3 punkti)

Dota ģeometriskā progresija $b_1, b_2, b_3, \dots$, kuras katrs nākamais loceklis (sākot ar otro) ir trīs reizes mazāks nekā iepriekšējais. Zināms, ka tās otrais loceklis ir 6.

7.1. (1 punkts) Nosaki b_1 .

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Virsknes simboliskais un vārdiskais pieraksts
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Tekstpratība jeb dotā teksta izmantošana rezultāta iegūšanai. Veic skaitliskus aprēķinus.
Izziņas darbības līmenis	1.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
--	----------------	----------------	----------------	----------------

Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Parāda risinājumu	19	23	20	14
Uzraksta tikai pareizu atbildi	1	5	4	5
Nesāk risināt		2	6	1

Piemērs no skolēnu darbiem:

Uzdevumā netika prasīts parādīt risinājuma gaitu, taču lielākā daļa tā pārliecinājās par atbildes pareizību.

7.1. (1 punkts) Nosaki b_1 .

$$b_2 = 6 \quad b_1 = ? \quad q = \frac{1}{3} \quad 6 = b_1 \cdot \frac{1}{3} \quad b_1 = \frac{6}{\frac{1}{3}} = 18$$

Atbilde: 18

Šī uzdevuma veikšanai skolēniem pietiktu ar teksta lasīšanu un saprašanu: zināms, ka nākamais loceklis ir trīs reizes mazāks, tātad varam spriest, ka iepriekšējais ir trīs reizes lielāks.

7.2. uzdevums.

7.2. (1 punkts) Nosaki dotās progresijas kvocientu q .

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzienus <i>ģeometriskā progresija, progresijas loceklis, kvocients</i> .
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Veic skaitliskus aprēķinus.
Izziņas darbības līmenis	1.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Uzraksta tikai pareizu atbildi	15	16	12	6
Parāda risinājumu	5	11	5	1
Cits kļūdainais risinājums		1	7	12
Nesāk risināt		2	6	1

Uzdevumā netika prasīts parādīt risinājuma gaitu, kas, iespējams, samazinātu sniegto nepareizo atbilžu skaitu. Tikai neliela daļa skolēnu parādīja risinājumu, kas deva iespēju pārliecināties par atbildes pareizību.

Piemēri no skolēnu darbiem:

7.2. (1 punkts) Nosaki dotās progresijas kvocien

Atbilde: $q = \frac{1}{3}$

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

7.2. (1 punkts) Nosaki dotās progresijas kvocientu q .

Atbilde: $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

7.3. uzdevums.

7.3. (1 punkts) Nosaki izteiksmes $\frac{b_{15}}{b_{17}}$ skaitlisko vērtību.

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Izteiksmes skaitliskās vērtības iegūšana Izpratne par ģeometriskās progresijas vispārīgā locekļa formulas izmantošanu
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Atrod satura tēmai un konkrētai darbībai atbilstošu formulu. Lieto ģeometriskās progresijas vispārīgā locekļa formulu nezināmu lielumu noteikšanai. Saprot formulas simbolisko pierakstu. Darbību veikšana ar parastām daļām. Kalkulatora izmantošana aprēķinu veikšanai.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Izveido attiecību, prot $\frac{1}{1/9}$	9	10	2	1
Izveido attiecību, neprot $\frac{1}{1/9}$	1	2		
Attiecību saīsina līdz $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$, izskaitļo	6	1		1
Attiecību saīsina līdz 3^2 , izskaitļo	2	2		

Attiecību saīsina līdz 3^{-2} (nepareizi)	1		5	2
Izskaitļo pareizi ar kalkulatoru (decimāldaļas)	1	2		

Skolēni daudzos darbos izveido attiecību ar b_{15} un b_{17} , taču tālāk neseko saīsināšana, pārveidojumi. Pārveidojumi ir kļūdaini, t.i., neprot darbības ar pakāpēm. Vēl vairāk apjūk, ja ievieto kvocientu $\frac{1}{3}$.

Piemēri no skolēnu darbiem:

Skolēnu risinājumi, kas ir korekti. Tajos varam vērot daudzveidīgās iespējas, kā veidot risinājuma pierakstu.

7.3. (1 punkts) Nosaki izteiksmes $\frac{b_{15}}{b_{17}}$ skaitlisko vērtību.

$$b_{15} = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{14}$$

$$b_{17} = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{16}$$

$$\frac{b_{15}}{b_{17}} = \frac{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{14}}{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{16} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$$

Atbilde: 9

7.3. (1 punkts) Nosaki izteiksmes $\frac{b_{15}}{b_{17}}$ skaitlisko vērtību.

$$b_{15} = b_1 \cdot q^{15-1} = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{14}$$

$$b_{17} = b_1 \cdot q^{17-1} = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{16}$$

$$\Rightarrow \frac{b_{15}}{b_{17}} = \frac{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{14}}{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{16}} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{14}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{16}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$$

Atbilde: 9

7.3. (1 punkts) Nosaki izteiksmes $\frac{b_{15}}{b_{17}}$ skaitlisko vērtību.

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$1) \frac{b_{15}}{b_{17}} = \frac{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{14}}{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{16}} = \frac{18}{18} \cdot \frac{1}{3^{14}} = \frac{1}{3^{14}} = \frac{1}{3^{14}}$$

$$2) \frac{b_{15}}{b_{17}} = \frac{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{14}}{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{16}} = \frac{18}{18} \cdot \frac{1}{3^{16}} = \frac{1}{3^{16}}$$

$$3) \frac{b_{15}}{b_{17}} = \frac{18}{18} \cdot \frac{18}{18} = \frac{18}{18} = 1$$

Atbilde: 9

Šajā uzdevumā arī ar nepareizi noteiktu rezultātu 7.1. punktā, iespēja rādīt korektu risinājumu.

7.3. (1 punkts) Nosaki izteiksmes $\frac{b_{15}}{b_{17}}$ skaitlisko vērtību.

$$\frac{b_{15}}{b_{17}} = \frac{b_1 \cdot q^{15-1}}{b_1 \cdot q^{17-1}} = \frac{b_1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{14}}{b_1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{16}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{14-16} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$$

Atbilde: 9

Cits skolēnu spriešanas veids ir vispirms veikt pārveidojumus izmantojot formulas, tad ievietot nepieciešamās vērtības.

7.3. (1 punkts) Nosaki izteiksmes $\frac{b_{15}}{b_{17}}$ skaitlisko vērtību.

$$\frac{b_{15}}{b_{17}} = \frac{x_1 \cdot q^{14}}{x_1 \cdot q^{16}} = \frac{1}{q^2} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$$

Atbilde: 9

7.3. (1 punkts) Nosaki izteiksmes $\frac{b_{15}}{b_{17}}$ skaitlisko vērtību.

$$\frac{b_{15}}{b_{17}} = \frac{x_1 \cdot q^{14}}{x_1 \cdot q^{16}} = q^{14-16} = q^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$$

Atbilde: 9

Kā jau augstāk minēts, tad viena no prasmēm, kas ietekmēja šī uzdevuma risināšanu, ir darbības ar parastajām daļām.

7.3. (1 punkts) Nosaki izteiksmes $\frac{b_{15}}{b_{17}}$ skaitlisko vērtību.

$$\frac{b_{15}}{b_{17}} = \frac{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{15-1}}{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{17-1}} = \frac{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{14}}{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{16} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

Atbilde: $\frac{1}{9}$

7.3. (1 punkts) Nosaki izteiksmes $\frac{b_{15}}{b_{17}}$ skaitlisko vērtību.

$$\frac{b_{15}}{b_{17}} = \frac{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{15-1}}{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{17-1}} = \frac{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{14}}{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{16} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

Atbilde: $\frac{1}{9}$

$$\frac{18 \cdot \frac{1}{3}}{18 \cdot \frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{18 \cdot \frac{1}{3}}{18 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

Skolēni pamanās, veicot “aplamas” darbības, arī iegūt pareizu rezultātu.

7.3. (1 punkts) Nosaki izteiksmes $\frac{b_{15}}{b_{17}}$ skaitlisko vērtību.

$$b_{15} = 18 \cdot \frac{1}{3}^{14} = 18 \cdot \frac{1}{81} = \frac{18}{81} = \frac{2}{9}$$

$$b_{17} = 18 \cdot \frac{1}{3}^{16} = 18 \cdot \frac{1}{243} = \frac{18}{243} = \frac{2}{27}$$

$$\frac{b_{15}}{b_{17}} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{27}} = \frac{2}{9} \cdot \frac{27}{2} = 3$$

Atbilde: 3

Daļa skolēnu šajā uzdevumā demonstrēja prasmi risinājumā izmantot kalkulatoru.

7.3. (1 punkts) Nosaki izteiksmes $\frac{b_{15}}{b_{17}}$ skaitlisko vērtību.

$$b_{15} = 18 \cdot \frac{1}{3}^{14} = 18 \cdot \frac{1}{81} = \frac{18}{81} = \frac{2}{9}$$

$$b_{17} = 18 \cdot \frac{1}{3}^{16} = 18 \cdot \frac{1}{243} = \frac{18}{243} = \frac{2}{27}$$

$$\frac{b_{15}}{b_{17}} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{27}} = \frac{2}{9} \cdot \frac{27}{2} = 3$$

Atbilde: 3

Darbs ar kalkulatoru ne vienmēr palīdzēja korekti nonākt līdz pareizajai atbildei.

7.3. (1 punkts) Nosaki izteiksmes $\frac{b_{15}}{b_{17}}$ skaitlisko vērtību.

$$b_{15} = 18 \cdot \frac{1}{3}^{14} = 18 \cdot \frac{1}{81} = \frac{18}{81} = \frac{2}{9}$$

$$b_{17} = 18 \cdot \frac{1}{3}^{16} = 18 \cdot \frac{1}{243} = \frac{18}{243} = \frac{2}{27}$$

$$\frac{b_{15}}{b_{17}} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{27}} = \frac{2}{9} \cdot \frac{27}{2} = 3$$

Atbilde: 3

$$b_{15} = 18 \cdot \frac{1}{3}^{14} = 18 \cdot \frac{1}{81} = \frac{18}{81} = \frac{2}{9}$$

$$b_{17} = 18 \cdot \frac{1}{3}^{16} = 18 \cdot \frac{1}{243} = \frac{18}{243} = \frac{2}{27}$$

$$\frac{b_{15}}{b_{17}} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{27}} = \frac{2}{9} \cdot \frac{27}{2} = 3$$

Atbilde: 3

Skolēnu idejas, kā risināt šo uzdevumu, dod iespēju arī mācību procesā apzināti meklēt dažādās risināšanas iespējas, tās analizēt, domāt, kāda veida prasmes katrā gadījumā ir nepieciešamas, lai iegūtu pareizus risinājumus.

8. uzdevums.

8. uzdevums (2 punkti)

Atrisini nevienādību $0,5^x > 0,25$. Atbildi pieraksti kā nevienādību $x > a$ vai $x < a$.

Skolēnam jāsaprot/jāzina

Eksponentfunkcijas īpašību izmantošana, lai, risinot nevienādības $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, spriedumu rezultātā pārietu uz jau pazīstamām nevienādībām.

Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Izpilda darbības ar pakāpēm. Atrisinā analītiski eksponentnevienādību $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, izmantojot eksponentfunkcijas īpašības. Lieto pakāpju simbolisko pierakstu. Veido spriedumus, salīdzinot pakāpes. Pareizi lieto atbildes pierakstu $x > a$ vai $x < a$
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Atrisināts pilnībā	19	22	17	8
Pareizs tikai pirmais solis	1	6	9	5
Risina ar bāzi 0,5	16	27	25	12
Pārveido uz bāzi 1/2	3	1	1	1
Pārveido uz bāzi 2	1			
Cits kļūdainais risinājums		2	4	4
Nesāk risināt				3

Piemēri no skolēnu darbiem:

Skolēnu izvēle risinājumā izmantot bāzi 0,5 neprasa papildus nosacījumus pieraksta veidošanai.

8. uzdevums (2 punkti)

Atrisini nevienādību $0,5^x > 0,25$.

$$0,5^x > 0,5^2$$

$$x < 2$$

Daļa skolēnu pārveidoja decimāldaļas kā parastās daļas, jo, visticamāk, tāda veida nevienādības ir risinātas, un skolēnam ir vieglāk saskatīt bāzi un kāpinātāju.

8. uzdevums (2 punkti)

Atrisini nevienādību $0,5^x > 0,25$. Atbildi

$$1) \left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{4}\right) \quad 3) 0 < \text{base} < 1$$

$$2) \left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad 4) \underline{\underline{x < 2}}$$

Skolēnu darbos vērojamas arī “tradicionālas” kļūdas pārveidojumā, kad no pakāpes pārejām uz kāpinātājiem nevienādību gadījumā.

8. uzdevums (2 punkti)Atrisini nevienādību $0,5^x > 0,25$. Atbilde

$$0,5^x > 0,25 \quad \text{Atb. } x > 2$$

$$0,5^x > 0,5^2$$

$$x > 2$$

8. uzdevums (2 punkti)Atrisini nevienādību $0,5^x > 0,25$.

$$0,5^x > 0,25$$

$$0,5^x > 0,5^2$$

$$x > 2$$

Skolēnu darbos, kuros kopumā ir zemi rezultāti, ir vērojami šādi tipiski risinājumi. Pirmajā solī kreisās puses bāzi 0,5 aizstāj ar $0,25^2$.

8. uzdevums (2 punkti)Atrisini nevienādību $0,5^x > 0,25$. Atbildi p

$$0,5^x > 0,25$$

$$0,25^{2x} > 0,25^1$$

$$2x > 1 \quad / :2 \quad \text{Atb. } x > 0,5$$

8. uzdevums (2 punkti)Atrisini nevienādību $0,5^x > 0,25$. Atbildi pieraksti kā nevien

$$\text{I) } 0,25^{2x} > 0,25^1 \quad \text{III) } x < \frac{1}{2}$$

$$\text{II) } 2x < 1 \quad / :2$$

Tas, kā prasīts pierakstīt atbildi ($x < a$ vai $x > a$), ir mulsinājis skolēnus, kā rezultātā parādās aplamas darbības. Varam secināt, ka skolēni ir vēlējušies izpildīt uzdevuma nosacījumus, bet nav izpratuši šoreiz atbildes formāta pieraksta piemēru.

8. uzdevums (2 punkti)Atrisini nevienādību $0,5^x > 0,25$. Atbildi pieraksti kā nevienādību $x > a$ vai $x < a$.

$$0,5^x > 0,25$$

$$0,5^x > 0,5^2$$

$$\cancel{x > 2} \quad x > 2 \quad (\text{Ja } x < 2 \text{ nepieciešams } 0 < x < 2, \text{ zīme mainās})$$

$$\cancel{x < 2}$$

8. uzdevums (2 punkti)Atrisini nevienādību $0,5^x > 0,25$. Atbildi pieraksti kā nevienādību $x > a$ vai $x < a$.

$$1) 0,5^x > 0,5^2 \quad 3) x < 2, \text{ tad } x > a$$

$$\text{Ja } 0 < a < 1, \text{ tad funkcija ir dilstoša} \quad \text{Atbilde. } x > a$$

$$2) 0,5^x < 0,5^2$$

$$\text{Bet šis ir vienādība}$$

9. uzdevums.



9. uzdevums (4 punkti)



Atrisini vienādojumu $3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Ka eksponentvienādojuma risināšanā var izmantot jauna mainīgā ieviešanu. Kvadrātvienādojuma atrisināšana. Pakāpes vērtība ir pozitīvs lielums.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Izvēlas un lieto atbilstošu vienādojumu risināšanas paņēmieni. Substitūcijas izmantošana. Eksponentvienādojuma pamatformas atrisināšana. Skaitliski aprēķini.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Atrisināts pilnībā	16	11	7	1
Ir substitūcija un atrisināts pirmais vienādojums		2	1	1
Pie kvadrātvienādojuma saknēm uzreiz atmet negatīvo		3	3	
Nepareizs $3^x = 9$			1	
Nepareizs $3^x = -1$		3	3	
Cits kļūdainais risinājums	3	7	10	10
Nesāk risināt	1	4	5	8

Piemēri no skolēnu darbiem:

Skolēnu darbos vērojams, ka jaunieviesto simbolu esamība pie uzdevuma rosina skolēnus veidojot risinājumu, skaidrot katru savu veikto darbību.



9. uzdevums (4 punkti)



Atrisini vienādojumu $3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$.

1) $3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$
 $a = 3^x$ (izmantošu substitūciju)
 $a^2 - 8a - 9 = 0$
 $\begin{cases} a_1 \cdot a_2 = -9 \\ a_1 + a_2 = 8 \end{cases}$
 $a_1 = 9$
 $a_2 = -1$ (atradu a vērtības)

2) (likšu iegūtās a vērtības vienādojumā $a = 3^x$)
 $9 = 3^x$
 $3^2 = 3^x$
 $x = 2$
 (atmetu bāzes, jo tās ir vienādas)

$-1 = 3^x$
 $\emptyset$
 nevar pozitīvu skaitli kāpinot iegūt negatīvu

Atrisinot kvadrātvienādojumu, norāda tālākajā risinājumā nederīgo sakni.

Tipiska kļūda, jo neizprot, ka vienādojuma sakne tā drīkst būt, bet risinājums ir jāturpina ar abām saknēm.



9. uzdevums (4 punkti)



Atrisini vienādojumu $3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$.

~~$3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$~~
 ~~$3^x = t$~~
 ~~$t^2 - 8t - 9 = 0$~~
 ~~$(t-9)(t+1) = 0$~~
 ~~$t = 9, t = -1$~~
 ~~$x = 2, x = -1$~~
 neder

$3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$
 $3^x = t$
 $t^2 - 8t - 9 = 0$
 $(t-9)(t+1) = 0$
 $t = 9, t = -1$
 $x = 2$
 Atbilde: $x = 2$

Skolēnu darbos vērojams, ka veic aplamus pārveidojumus – zinām, ka kaut

kas jāpārveido, bet nav izpratnes, kāpēc un kā to dara.

1) $3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 3^2 = 0$ $/:8$
 2) $\frac{3^{2x}}{8} - \frac{3^x}{1} - \frac{3^2}{8} = 0$
 3) $\frac{3^{2x} - 3^2}{8} - 3^x = 0$

Darbos ar zemiem rezultātiem tipisks risinājums, kad visam vienādojumam “atmet” bāzes un iegūst lineāru vienādojumu.



9. uzdevums (4 punkti)

Atrisini vienādojumu $3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$.

$$\begin{aligned} 3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 &= 0 \\ 3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 3^2 &= 0 \\ 2x - 8x - 2 &= 0 \\ -6x - 2 &= 0 \\ -6x &= 2 \quad | :(-6) \\ x &= -\frac{2}{6} \\ x &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

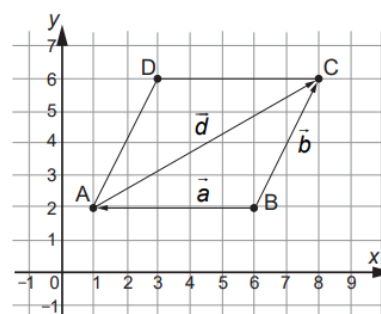
10.1. uzdevums.

10. uzdevums (3 punkti)

Dots paralelograms ABCD un vektori $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{d}$ (2. att.).

10.1. (1 punkts) Kura no vienādībām ir patiesa?

- A $\overrightarrow{DA} = \vec{b}$
- B $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$
- C $\overrightarrow{CA} = \vec{d}$
- D $\overrightarrow{DC} = \vec{a}$



2. att.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Kā pieraksta vektoru, vektora dažādi pieraksta veidi
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Nogriežņa un vektora atpazīšana zīmējumā
Izziņas darbības līmenis	1. līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Norādīta pareizā atbilde	20	30	27	17
Norādīta nepareizā atbilde			3	3

Šajā uzdevumā tikai atsevišķi skolēni norāda nepareizās atbildes C vai D, par iemeslu varētu būt skolēnu nezināšana, kā pieraksta vektoru, ka būtiska nozīme pierakstā ir virzienam jeb burtu secībai, vai arī skolēni ir bijuši neuzmanīgi, izvēloties atbildi.

10.2. uzdevums.

10.2. (1 punkts) Kura no vienādībām ir patiesa?

A $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b}$

B $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$

C $\vec{d} = -\vec{a} + \vec{b}$

D $\vec{d} = -\vec{a} - \vec{b}$

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdziens <i>vektors</i> . Atpazīt vektoru izteikšanu plaknē ar dotiem vektoriem.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Saskatīt, kādas darbības tiek veiktas ar dotajiem vektoriem, izsakot citu vektoru. Pretēja vektora pieraksts.
Izziņas darbības līmenis	1.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Norādīta pareizā atbilde	19	27	20	11
Norādīta nepareizā atbilde	1	3	10	9

Skolēni no nepareizajām atbildēm biežāk izvēlas atbildi A: grupā C ir 8 skolēni, grupā D – 7 skolēni. Savukārt, atbildi B ir izvēlējušies gan 2 B grupas gan C grupas skolēni.

10.3. uzdevums.



10.3. (1 punkts) Nosaki vektora $\vec{b}$ koordinātas, ja B(6;2) un C(8;6).

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzieni <i>vektors</i> , <i>vektora koordinātas</i> . Vektora koordinātas iegūst, no tā galapunkta koordinātām atņemot sākumpunkta attiecīgās koordinātas.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Atrod satura tēmai un atbilstošai darbībai atbilstošu formulu. Saprot formulas simbolisko pierakstu. Veic skaitliskus aprēķinus.
Izziņas darbības līmenis	1.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
--	----------------	----------------	----------------	----------------

Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Rāda korektu risinājumu	18	27	24	17
Uzraksta tikai atbildi	2		3	2
Cits kļūdainais risinājums		3	3	1

Rezultāti rāda, ka skolēniem ir izpratne par vektora koordinātu noteikšanu. Lielākā daļa skolēnu visās grupās risinājumā izmanto formulu koordinātu aprēķināšanai.

Piemēri no skolēnu darbiem:

10.3. (1 punkts) Nosaki vektora $\vec{b}$ koordinātas, ja B(6;2) un C(8;6).

1) $\vec{b} = (8-6; 6-2)$ 2) $\vec{b} = (2; 4)$

Atbilde: $\vec{b} = (2; 4)$

Tajos darbos, kuros skolēniem ir nepareizs risinājums, visiem kopīga kļūda – nepareiza skaitļu ievietošana formulā.

10.3. (1 punkts) Nosaki vektora $\vec{b}$ koordinātas,

$\vec{b} = (6-8; 2-6)$
 $\vec{b} = (-2; -4)$

Atbilde: $\vec{b} = (-2; -4)$

11. uzdevums.

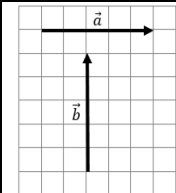
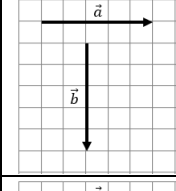
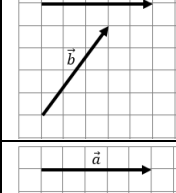
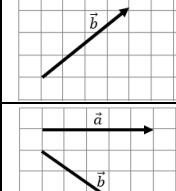
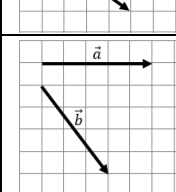
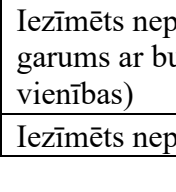
11. uzdevums (1 punkts)

Dots vektors $\vec{a}$. Uzzīmē tādu vektoru $\vec{b}$, lai vektori $\vec{a}$ un $\vec{b}$ nav vienādi, bet to moduli (garumi) ir vienādi.



Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzieni vienādi vektori, <i>vektora modulis</i> . Vektora garums ir atbilstošā nogriežņa garums.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Veidojot zīmējumu ir jāievēro divi nosacījumi – gan par garumu, gan to ko nozīmē nav vienādi.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

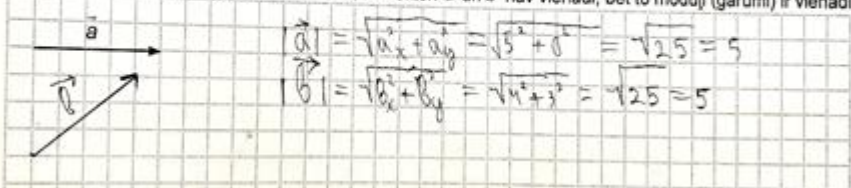
	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
	10	20	20	11

		4	4	5	4
		3	1	2	2
			1		
		1	2		
		1	1		
				1	
Iezīmēts nepareizi (kopējais garums ar bultiņu pārsniedz 5 vienības)				2	2
Iezīmēts nepareizi		1	1		1

Interesanti ir skolēnu zīmējumi, kuri nezīmē vektorus pa rūtiņām, bet izvēlas vēl citu virzienu un pamato, ka to garumi patiešām ir vienādi.

Piemērs no skolēnu darba:

11. uzdevums (1 punkts)
Dots vektors $\vec{a}$. Uzzīmē tādu vektoru $\vec{b}$, lai vektori $\vec{a}$ un $\vec{b}$ nav vienādi, bet to moduli (garumi) ir vienādi.



12. uzdevums.

12. uzdevums (1 punkts)

Aprēķini vektora $\vec{p} = (3; -4; 12)$ moduli.

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzieni <i>vektors, telpas vektora modulis</i> . Vektora pieraksts koordinātu formā ļauj ērti noteikt vektora garumu jeb moduli.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Atrod satura tēmai un atbilstošai darbībai atbilstošu formulu. Aprēķina vektora garumu (moduli). Saprot formulas simbolisko pierakstu. Veic skaitliskus aprēķinus.
Izzinas darbības līmenis	1.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Rāda korektu risinājumu	19	23	16	8

Skolēnu grupā A ir 19 pareizas atbildes, bet visās pārējās skolēnu grupās vērojams, ka skolēni telpas gadījumā neizprot moduļa formulu. Tas liek secināt, ka īpašā uzmanība ir jāpievērš ikdienas darbā, kā skolēni izprot formulas, to pierakstu, kā zināšanas par plakni spēj pārnest telpas gadījumā.

Piemēri no skolēnu darbiem:

12. uzdevums (1 punkts)

Aprēķini vektora $\vec{p} = (3; -4; 12)$ moduli.

$$|\vec{\mu}| = \sqrt{\mu_3^2 + \mu_{-4}^2 + \mu_{12}^2}$$

Abbildung: $|\vec{\mu}| = \sqrt{\mu_3^2 + \mu_{-4}^2 + \mu_{12}^2}$

12. uzdevums (1 punkts)

Aprēķini vektora $\vec{p} = (3; -4; 12)$ moduli.

$$|\vec{p}| = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2} = \sqrt{p_{12}^2 + p_{12}^2 + p_{12}^2} = \sqrt{p_{12}^2} = \sqrt{p_{12}}$$

Abbildung: $\sqrt{1/5}$

Skolēns nav pamanījis pierakstā semikolu, risina uzdevumu, uzskatot, ka dotas koordinātas plaknē.

12. uzdevums (1 punkts)

Aprēķini vektora $\vec{p} = (3; -4; 12)$ moduli.

$$|\vec{p}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 12^2} = \sqrt{9 + 16 + 144} = \sqrt{169} \approx 13$$

Atbilde: $|\vec{p}| \approx 13$

D grupas skolēniem grūtības sagādā arī skaitļošana, aprēķinot kvadrātsakni. Konkrētā skolēna risinājumā redzam, ka skolēns neizprot kvadrātsaknes vilkšanu, ja zem tās ir saskaitāmie.

12. uzdevums (1 punkts)

Aprēķini vektora $\vec{p} = (3; -4; 12)$ moduli.

$$|\vec{p}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 12^2} = 3 + 4 + 12 = 19$$

Atbilde: Vektora $\vec{p}$ modulis ir 19

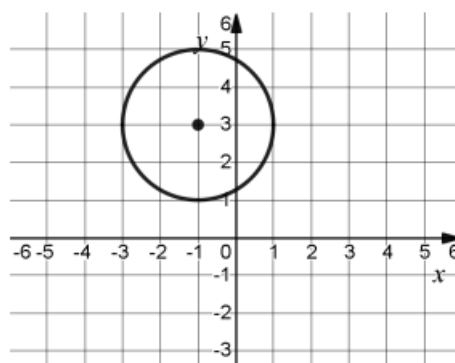
Mācību procesā, salīdzinot šāda veida uzdevumos tikai atbildes, mēs nevaram iegūt atbildes uz jautājumu, ko skolēns neprot, nezina, tāpēc būtiski ir iedziļināties tajā, kā skolēni veic pierakstīšanu, kurā risinājuma solī rodas neprecizitātes un kļūdas.

13. uzdevums.

13. uzdevums (1 punkts)

Dotās riņķa līnijas (3. att.) vienādojums ir

- A $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$
- B $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$
- C $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$
- D $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$



3. att.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdziens riņķa līnijas vienādojums. Katra riņķa līniju koordinātu plaknē apraksta vienādojums $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$, kur r. l. centra koordinātas ir (a; b) un rādiuss R, un otrādi – katram šāda veida vienādojumam atbilst riņķa līnija.
--------------------------	--

Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Aprēķina pēc formulas	15	20	14	11
Nolasa no zīmējuma	3	4	7	4

Skolēni lieto divas stratēģijas: 1) viduspunkta koordinātas nosaka, veicot aprēķinus; 2) viduspunkta koordinātas nosaka, izmantojot koordinātu plakni (rūtiņas). Izmantojot šī uzdevuma rezultātus, nevaram pateikt, vai skolēni prot strādāt ar formulu, vai iegūt informāciju no zīmējuma.

Mācību procesā ieteikums ir piedāvāt dažādas uzdevuma versijas un apspriest ar skolēniem, kuros gadījumos efektīvākais risināšanas veids būtu izmantot zīmējumu un kad to izdarīt nevarētu un būtu jārisina analītiski.

Piemēri no skolēnu darbiem:

14.1. (1 punkts)

Nosaki nogriežņa KL viduspunkta M koordinātas.

$$M = \left(\frac{3+(-5)}{2}, \frac{1+(-2)}{2} \right) = (-1, -0,5)$$

Atbilde: $M(-1, -0,5)$

14.1. (1 punkts)

Nosaki nogriežņa KL viduspunkta M koordinātas.

$$M\left(\frac{-5+3}{2}, \frac{-2+1}{2}\right) = M(-1, -0,5)$$

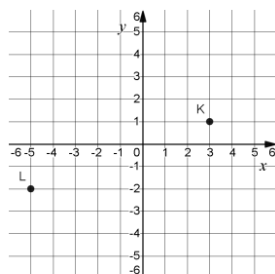
Atbilde: $M(-1, -0,5)$

14.2. uzdevums.

14. uzdevums (3 punkti)

Koordinātu plaknē doti (4. att.) punkti K(3;1) un L(-5;-2).

14.2. (2 punkti) Nosaki vienādojumu taisnei, kas iet caur punktiem K un L, un pieraksti to formā $Ax + By + C = 0$, kur A, B, C – veseli skaitļi.



4. att.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdziens <i>taisnes vienādojums</i> un tā pieraksta forma $Ax + By + C = 0$
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Atrod satura tēmai un atbilstošai darbībai atbilstošu formulu.

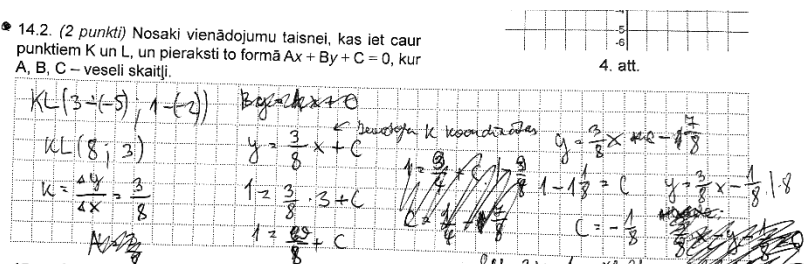
	Skaitlisko vērtību ievietošana formulā un prasītā taisnes vienādojuma iegūšana. Pāriet no viena taisnes uzdošanas veida uz citu, skaidrojot un lietojot ekvivalentus pārveidojumus. Saprot formulas simbolisko pierakstu. Lieto formulu, ievietojot konkrētus skaitļus.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Atrisināts pilnībā	14	10	2	1
Pareizs KL, kļūdās pārveidojumā	3	5	5	1
Pareizs KL, tālāk nepārveido	1	3	1	
Kļūdās KL, pārveidojums pareizs	2		2	
Risina ar virziena koeficientu $k=3/8$	4	4		
Cits kļūdainais risinājums		8	12	7
Nesāk risināt		4	8	11

Skolēni izvēlas divas stratēģijas: 1) izmanto formulu taisnes vienādojumam caur diviem punktiem; 2) vispirms nosaka taisnes virziena koeficientu. Savukārt skolēni, kuru sniegums eksāmenā ir zems, vispār nesāk šo uzdevumu risināt vai, ja to dara, tad kļūdās.

Piemēri no skolēnu darbiem:

14.2. (2 punkti) Nosaki vienādojumu taisnei, kas iet caur punktiem K un L, un pieraksti to formā $Ax + By + C = 0$, kur A, B, C – veseli skaitļi.



15. uzdevums (2 punkti)

Dota taisne $y + 2x - 1 = 0$ (5. att.).

15.1. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.2. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.3. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.4. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.5. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.6. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.7. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.8. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.9. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.10. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.11. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.12. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.13. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.14. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.15. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.16. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.17. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.18. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.19. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.20. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.21. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.22. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.23. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.24. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

15.25. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

14.2. (2 punkti) Nosaki vienādojumu taisnei, kas iet caur punktiem K un L, un pieraksti to formā $Ax + By + C = 0$, kur A, B, C – veseli skaitļi.

4.

$$y = Kx + C$$

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{-8} = \frac{3}{8}$$

Ievietojam punkta K(3, 1) koordinātas $\frac{3}{8}x - y - \frac{1}{8} = 0$

$$1 = \frac{3}{8} \cdot 3 + C$$

$$1 - \frac{9}{8} = C$$

$$C = -\frac{1}{8}$$

Atbilde: $\frac{3}{8}x - y - \frac{1}{8} = 0$

Skolēnu darbos vērojams, ka taisnes vienādojumu raksta kā izteiksmi, nekorekti lietojot vienādības zīmi, bet šajā uzdevumā pierakstu nevērtē.

Pēc formulas:

$$1) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$2) \frac{x - 3}{-5 - 3} = \frac{y - 1}{-1 - 1} = \frac{x - 3}{-8} = \frac{y - 1}{-2} = -3(x - 3) = -8(y - 1) =$$

$$= -3x + 9 = -8y + 8 =$$

$$= -3x + 9 + 8y - 8 = -3x + 1 + 8y =$$

3) Atbilde: $-3x + 8y + 1 = 0$

(ti)

Analizējot rezultātus, varam izteikt pieņēmumu, ka jaunais saturs, kas prasa izpratni darbā ar simboliem, ir sagādājis grūtības (uzdevuma grūtības pakāpe 24%), jārod metodiski risinājumi mācību procesā, kā skolēniem ar zemāku sniegumu veidot izpratni un dot iespēju mērķtiecīgi vingrināties šādu uzdevumu veikšanā, kā veicināt pareizu un korektu simbolu lietojumu.

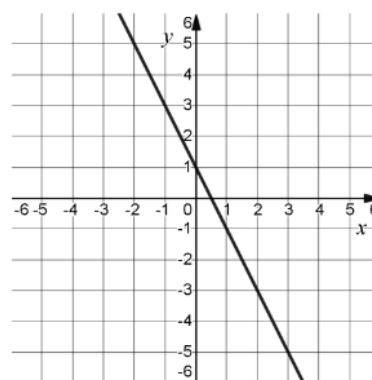
15.1. uzdevums.

15. uzdevums (2 punkti)

Dota taisne $y + 2x - 1 = 0$ (5. att.).

15.1. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

Atbilde:



5. att.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdziens <i>taisnes virziena koeficients</i> . Taisnes virziena koeficients parāda funkcijas pieauguma un argumenta pieauguma attiecību.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Nosaka no grafika vai analītiski taisnes virziena koeficientu.

Izziņas darbības līmenis	1.līmenis
--------------------------	-----------

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Pārveido doto vienādojumu formā $y = -2x + 1$ un nosaka virziena koeficientu	14	11	16	2
Izmanto zīmējumu un/vai pieaugumus	3	8		

Viens no skolēnu spriešanas veidiem ir izmantot no pamatskolas zināmo taisnes pieraksta veidu un tad noteikt virziena koeficientu.

Piemēri no skolēnu darbiem:

15. uzdevums (2 punkti)

Dota taisne $y + 2x - 1 = 0$ (5. att.).

15.1. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

$y = 1 - 2x$

Atbilde: $K = -2$

Daļa skolēnu izmanto grafiku un no tā nosaka funkcijas un argumenta pieauguma attiecību.

15. uzdevums (2 punkti)

Dota taisne $y + 2x - 1 = 0$ (5. att.).

15.1. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

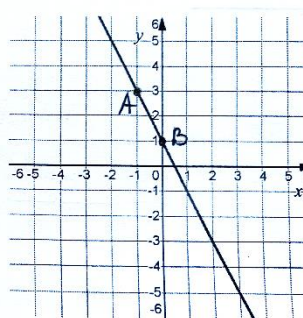
$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-1}{-1-0} = \frac{2}{-1} = -2$ A(-1; 3)
B(0; 1)

Atbilde:

15.2. (1 punkts) Nosaki virziena koeficientu taisnei, kas perpendikulāra dotajai taisnei.

$K_1 \cdot K_2 = -1$; $K_1 = -2$, $K_2 = \frac{1}{2}$

Atbilde: $K_2 = \frac{1}{2}$



5. att.

15. uzdevums (2 punkti)Dota taisne $y + 2x - 1 = 0$ (5. att.).

15.1. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

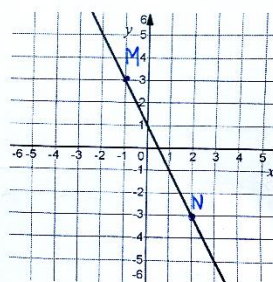
$$M(-1, 3) \quad N(2, -3) \quad k_1 = \frac{-3-3}{2-(-1)} = \frac{-6}{3} = -2$$

Atbilde: $k_1 = -2$

15.2. (1 punkts) Nosaki virziena koeficientu taisnei, kas perpendikulāra dotajai taisnei.

$$k_1 \cdot k_2 = -1 \quad -2 \cdot k_2 = -1 \quad | : (-2)$$

$$k_2 = 0,5$$

Atbilde: $k_2 = 0,5$ 

5. att.

Skolēnu darbos, kuros ir veikti pārveidojumi, iegūstot “tradicionālo” taisnes vienādojumu, ir novērojama tipiska kļūda – izpratne par to, kas ir taisnes virziena koeficients un tā pierakstīšana.

15. uzdevums (2 punkti)Dota taisne $y + 2x - 1 = 0$ (5. att.).

15.1. (1 punkts) Nosaki dotās taisnes virziena koeficientu.

$$y = -2x + 1$$

koeficients k

Atbilde: $-2x$

15.2. uzdevums.

15.2. (1 punkts) Nosaki virziena koeficientu taisnei, kas perpendikulāra dotajai taisnei.

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Taisnes virziena koeficientu noteikšana, ja divas taisnes ir perpendikulāras.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Atrod satura tēmai un atbilstošai darbībai atbilstošu formulu. Lieto formulu, ievietojot konkrētus skaitļus. Veic skaitliskus aprēķinus.
Izziņas darbības līmenis	1.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Risina, izmantojot formulu	16	21	7	0

Šajā uzdevumā skolēniem ir jādemonstrē prasme atrast formulu lapā atbilstošo formulu un veikt aprēķinus. No skolēnu darbu analīzes redzam, ka skolēni ar labāku kopējo

sniegumu diezgan veiksmīgi risina šo uzdevumu, bet pārējiem tas sagādā grūtības. Kā iemesls varētu būt neorientēšanās formulu lapas saturā.

Piemēri no skolēnu darbiem:

15.2. (1 punkts) Nosaki virziena koeficientu taisnei, kas perpendikulāra dotajai taisnei.

Atbilde: $k_1 \cdot k_2 = -1$ $-2 \cdot k_2 = +1$
 $k_2 = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$ $-2 \cdot \frac{1}{2} = -1$

15.2. (1 punkts) Nosaki virziena koeficientu taisnei, kas perpendikulāra dotajai taisnei.

Atbilde: $k_1 \cdot k_2 = -1$ $-2 \cdot k_2 = -1 \mid : (-2)$
 $k_2 = 0,5$ $k_2 = 0,5$

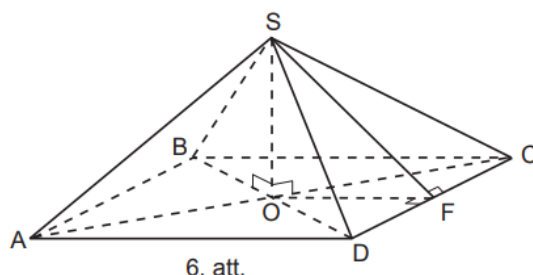
16.1. uzdevums.

16. uzdevums (6 punkti)

Dota regulāra četrstūra piramīda SABCD, kuras augstums ir SO, bet sānu skaldnes augstums ir SF (6. att.).

16.1. (1 punkts) Kura no vienādībām ir patiesa?

- A SD = SO
- B SD = SF
- C SD = OD
- D SD = SA



Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzieni <i>regulāra piramīda, sānu šķautne, augstums</i> . Garākais nogrieznis zīmējumā (tā “izskatās”) ne vienmēr ir garākais nogrieznis “realitātē”. Katete īsāka nekā tā paša trijstūra hipotenūza.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Lasot tekstu, saista vienādības ar zīmējumu. Iegūst informāciju (vienādi nogriežņi, vienādas šķautnes) no attēla.
Izziņas darbības līmenis	1. līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Norādīta pareizā atbilde	20	29	29	16
Norādīta nepareizā atbilde		1	1	3
Nesāk risināt				1

Skolēni labi atpazīst un saskata nogriežņu vienādību piramīdā. Skolēni ar zemāku sniegumu izvēlas atbildi B, kas liecina, ka viņi nesaskata zīmējumā perpendikulu vai arī nespriež par taisnleņķa trijstūri un tā iespējamo malu garumiem.

16.2. uzdevums.

16.2. (1 punkts) Kuras divas piramīdas šķautnes neatrodas vienā plaknē?

A BC un AD

B BC un AS

C AS un CS

D AB un AD

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzieni <i>šķautne un plakne</i> . Ko nozīmē, ka divi nogriežņi atrodas vai neatrodas vienā plaknē.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Nosaka divu taisņu savstarpējo novietojumu telpiskās figūrās. Informāciju no vārdiskā teksta saista ar attēlu.
Izziņas darbības līmenis	1.līmenis

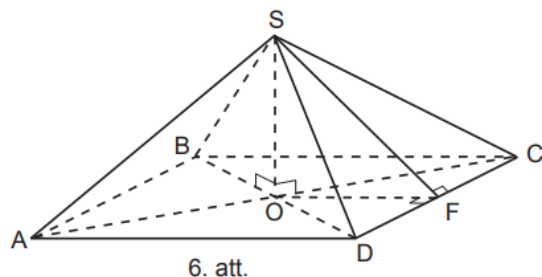
	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Norādīta pareizā atbilde	19	30	23	15
Norādīta nepareizā atbilde	1		6	4
Atzīmēts gan B, gan C atbildes			1	1

Skolēni veiksmīgi atpazīst zīmējumā un nosaka taisņu novietojumu dažādās plaknēs. Nepareizo atbildi C izvēlas 5 C grupas skolēni un 3 D grupas skolēni. Varam spriest, ka skolēni plakni, kas nav neviena skaldne, visdrīzāk neuztver kā plakni.

16.3. uzdevums.

16. uzdevums (6 punkti)

Dota regulāra četrstūra piramīda SABCD, kuras augstums ir SO, bet sānu skaldnes augstums ir SF (6. att.).





16.3. (1 punkts) Attēlo zīmējumā un pieraksti divplakņu kakta leņķi, ko veido plaknes SCD un ABCD.

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzieni <i>regulāra piramīda, divplakņu kakta leņķis</i> . Divplakņu kakta leņķi iegūst, no brīvi izvēlēta kopīgās šķēluma taisnes punkta, abās skaldnēs novelkot staru perpendikulāri šķautnei.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Papildina doto zīmējumu atbilstoši vārdiski dotai informācijai. Pieraksta divplakņu kakta leņķi.
Izziņas darbības līmenis	1.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Uzraksta divplakņu kakta leņķi un iezīmē perpendikulus	19	24	24	5
Uzraksta leņķi SCO	1	1	3	6
Cits kļūdainais risinājums		4	3	6
Nesāk risināt		1		3

Ir skolēni, kuri veido arī atzīmētā leņķa pamatojumu.

Piemērs no skolēnu darbiem:



16.3. (1 punkts) Attēlo zīmējumā un pieraksti divplakņu kakta leņķi, ko veido plaknes SCD un ABCD.

Atbilde: $\angle(SCD, ABCD) = \angle SFO$



16.4. uzdevums.



16.4. (3 punkti) Zināms, ka $SO = 40$ cm un $SF = 41$ cm. Aprēķini piramīdas tilpumu.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Piramīdas tilpuma aprēķināšanu apraksta formula. Regulāras četrstūra piramīdas pamats ir kvadrāts. Pitagora teorēma.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Lasot tekstu, saista vārdisko tekstu ar zīmējumu.

	Atrod satura tēmai un atbilstošai darbībai atbilstošu formulu. Plāno savu darbību, apdomā veicamās darbības un to secību. Veic skaitliskus aprēķinus. Izvērtē risinājuma gaitā iegūtos rezultātus, nepieciešamības gadījumā atgriežas atpakaļ.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Atrisināts pilnībā	18	24	19	6
Kļūdās OF aprēķināšanā, tālākais risinājums korekts	1			
Kļūdās tikai tilpuma aprēķināšanā (skaitļošanā)	1		1	
Kļūdās tikai laukuma aprēķināšanā		4	2	
Ir aprēķināts tikai OF, tālāk nerisina		2	5	3
Cits kļūdainais risinājums			3	5
Nesāk risināt				6

Piemēri no skolēnu darbiem:

Skolēnu darbos vērojams, ka viņi ir neuzmanīgi vai arī neizprot pēc būtības dažādus piramīdas elementus, šajā piemērā apotēmas garums tiek uzdots par sānu šķautnes garumu.

1) $\triangle SOD$ - taisnleņķa
 $OD = \sqrt{41^2 - 40^2} = \sqrt{81} = 9 \text{ cm}$

2) $BD = 9 \cdot 2 = 18 \text{ cm}$
 $BD = AC$, jo $ABCD$ - regulārs četrstūris.

3) $S_{\text{pam}} = \frac{18 \cdot 18}{2} = 162 \text{ (cm}^2\text{)}$

4) $V = \frac{1}{3} \cdot 162 \cdot 40 = 2160 \text{ (cm}^3\text{)}$

Mācību procesā jāpievērš uzmanība tam, cik tālu skolēns tiek uzdevuma risinājumā un kāpēc tālāk darbs netiek turpināts. Nākamajā piemērā skolēns aprēķina pusi no kvadrāta malas garuma, tālāk risinājumu neturpina. Viens no iemesliem tam varētu būt, ka skolēns nesaprot, ka pamats ir kvadrāts un ka OF ir puse no tā malas garuma.

16.4. (3 punkti) Zināms, ka $SO = 40$ cm un $SF = 41$ cm. Aprēķin

$$V_{\text{piramīda}} = \frac{S_{\text{pam}} \cdot H}{3}$$

$$SF^2 - SO^2 = OF^2$$

$$41^2 - 40^2 = OF^2$$

$$OF^2 = 81$$

$$OF = \pm \sqrt{81} = \pm 9 \text{ cm}$$

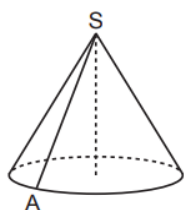
$OF = 9 \text{ cm}$, jo mala nevar būt negatīva.

17.1. uzdevums.

17. uzdevums (4 punkti)

Konusa (7. att.), kura rādiuss ir 3 cm, aksiālšķēlums ir taisnleņķa trijstūris.

17.1. (1 punkts) Konusā iezīmē aksiālšķēlumu, kas iet caur veiduli SA. Iezīmē aksiālšķēluma taisno leņķi.



7. att.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzieni <i>konuss, veidule, aksiālšķēlums, aksiālšķēluma virsotnes leņķis</i> . Aksiālšķēlumu iegūst, rotācijas ķermeni šķēļot ar plakni, kas iet caur rotācijas asi.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Lasot tekstu, saista vārdisko tekstu ar zīmējumu. Uzzīmē rotācijas ķermeņa aksiālšķēlumu. Papildina doto zīmējumu atbilstoši vārdiski dotai informācijai.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Izpilda abas prasības	17	15	8	
Iezīmē tikai aksiālšķēlumu	2	6	7	5
Cits kļūdainis risinājums		3	7	3
Nesāk risināt	1	6	8	12

Izvērtējot skolēnu zīmējumus, redzam, ka liela daļa skolēnu, īpaši ar zemāku kopējo rezultātu, iezīmē tikai aksiālšķēlumu, nepamana, aizmirst vai nesaprot, kur leņķi iezīmēt, ka ir divi nosacījumi.

17.2. uzdevums.

17.2. (1 punkts) Nosaki, cik grādu lielu leņķi konusa veidule veido ar pamata plakni.

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzieni konuss, veidule, leņķis starp veiduli un pamata plakni. Leņķis starp taisni un plakni ir leņķis starp taisni un tās projekciju plaknē.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Iepriekš izveidotais zīmējums. Lasot tekstu, saista vārdisko tekstu ar zīmējumu. Veic skaitliskus aprēķinus.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Nosaka pareizu leņķi	18	17	11	6
Nepareizs leņķis	1	13	13	8
Nesāk risināt	1		6	6

Piemērs no skolēnu darbiem:

17.2. (1 punkts) Nosaki, cik grādu lielu leņķi konusa veidule veido ar pamata plakni.

$\angle SAB = 45^\circ$, jo BSA vienādsānu taisn Δ is, tātad $\angle$ pie pamata vienādi.

Skolēniem, kuri nosaka leņķa lielumu nepareizi, tā vērtība pārsvarā ir 60° , visticamāk viņi to iegūst, skatoties savā zīmējumā, bet nesaistot to ar doto aksiālšķēluma virsotnes leņķi.

17.3. uzdevums.



17.3. (2 punkti) Aprēķini konusa sānu virsmas laukumu.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Skaitlis π veido/ietekmē izteiksmes skaitlisko vērtību. Konusa sānu virsmas laukums.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Lieto konusa virsmas laukuma aprēķināšanas formulu. Atrod satura tēmai un atbilstošai darbībai atbilstošu formulu.

	Lieto trigonometriskās sakarības taisnleņķa trijstūrī, veic skaitliskus aprēķinus. Izvērtē risinājuma gaitā iegūtos rezultātus, nepieciešamības gadījumā atgriežas atpakaļ.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Atrisināts pilnībā	14	14	7	2
Veidule pareiza, tālāk risina izmantojot kalkulatoru	2	1	1	
Tikai veidule pareiza	1			
Kļūda veidulē, tālāk ir (vienkāršojas)		3	8	3
Pazaudē π		1		
Cits kļūdainais risinājums	2	8	5	7
Nesāk risināt	1	3	9	8

Skolēni savos risinājumos, aprēķinot veiduli, izmanto dažādus spriedumus, spriež par vienādsānu taisnleņķa trijstūri un izmanto Pitagora teorēmu, vai arī izmanto trigonometriskās sakarības taisnleņķa trijstūrī.

Piemēri no skolēnu darbiem:

1) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} RL$

2) Tā kā vienādsānu trijstūrī apiet vienādiem leņķiem atrodas vienāds malas, tad $\angle SAO = \angle ASO$ un $AO = SO = 3 \text{ cm}$, tad $SO = 3 \text{ cm}$.

3) $\triangle SAO$; $\angle O = 90^\circ$ pēc Pitagora teorēmas...

$$AS^2 = AO^2 + OS^2$$

$$AS^2 = 9 + 9 = 18$$

$$AS = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

4) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot SA =$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3\sqrt{2} = \underline{\underline{9\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}}}$$

1) $\triangle AOS$ ($\triangle$ taisņleņķa, jo SO ir $\triangle ASB$ augstums)
 $\cos 45^\circ = \frac{AO}{AS}$
 $\cos 45^\circ = \frac{3}{AS}$
 $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{AS}$
 $AS = \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{6 \cdot \sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ cm} = l$

2) $S_{\text{sānu}} = \pi R l$
 $S_{\text{sānu}} = \pi \cdot 3 \cdot 3\sqrt{2} =$
 $= \underline{\underline{9\sqrt{2} \pi \text{ cm}^2}}$

Nākamajā piemērā aicinām uzmanību pievērst, kā skolēns pieraksta “atbrīvošanos no saknes saucējā”, šo reizinājumu var uztvert kā papildreizinātāju, un tad šim pierakstam ir pilnīgi cita nozīme.

$S_{\text{sānu}} = \pi R \cdot l$
 Aprēķina l :
 $\triangle ASO$
 $\cos 45^\circ = \frac{AO}{SA}$
 $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{SA}$ $SA = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{6 \cdot \sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ cm} = l$
 $S_{\text{sānu}} = \pi \cdot 3 \cdot 3\sqrt{2} = \underline{\underline{9\sqrt{2} \pi \text{ cm}^2}}$

Šajā piemērā redzam, ka skolēns jauc trigonometriskās sakarības un arī neatbrīvojas no kvadrātsaknes skaitļa saucējā, bet kopumā demonstrē izpratni par sānu virsmas laukuma aprēķināšanu.

1) $\triangle ASO$
 $\sin 45^\circ = \frac{3}{AS}$
 $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{AS}$
 $AS = \frac{6}{\sqrt{2}} \text{ (cm)}$

2) $S_{\text{sānu v.}} = \pi \cdot 3 \cdot \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{3\pi}{1} \cdot \frac{6}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{\frac{18}{\sqrt{2}} \text{ cm}^2}}$

Atbilde: $S_{\text{sānu v.}} = \underline{\underline{\frac{18}{\sqrt{2}} \text{ cm}^2}}$

Izmantojot aplamas vērtības, ir iespēja arī vienkāršot uzdevuma skaitļošanas daļu.

$S_{\text{cāumi}} = \pi \cdot R \cdot L$

 1) Katrā pret 30° cm punk no hipotēnuzas, tāpēc St = 6 cm
 2) $S_{\text{cāumi}} = \pi \cdot R \cdot L = \pi \cdot 3 \cdot 6 = 18\pi \text{ cm}^2$

Bez iepriekš minētā redzam, ka skolēni neizprot izvēlētās formulas jēgu.

1) ΔASO - taisnleņķa
 $\cos 60^\circ = \frac{AO}{AS}$
 $\frac{1}{2} = \frac{3}{AS}$
 $AS = 6 \text{ cm}$
 2) $S = \pi \cdot 3 \cdot 6 + \pi \cdot 3^2 = 18\pi + 9\pi = 27\pi (\text{cm}^2)$

Kopējai metodiskai diskusijai ir izvirzāms jautājums, kā tiek mācīts skolēnam, kad ir jāatstāj “precīza” atbilde un kad ir jāveic novērtējums.

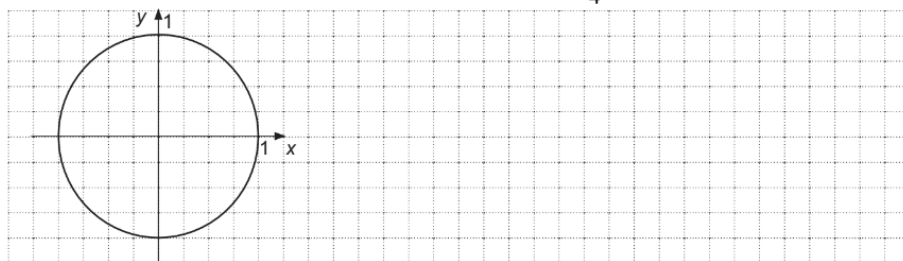
1) ~~BA~~ no ΔSAL :
 $AL = 2P = 2 \cdot 3 = 6$
 $SA = \frac{6 \cdot \sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} (\text{cm}) = l$
 2) $S_{\text{cāumi}} = 3\sqrt{2} \cdot 3 \cdot 3,14 = 39,965 \approx 40 (\text{cm}^2)$
 Atbilde: $S_{\text{cāumi}} = 40 \text{ cm}^2$

18. uzdevums.



18. uzdevums (2 punkti)

Dotajā vienības riņķī (8. att.) konstruē tos leņķus α , kuriem $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ un $\alpha \in [0; 2\pi]$.



8. att.

Skolēnam

jāsaprot/jāzina

Jēdzieni *vienības riņķa līnija, pagriezienu leņķis*.

Divi sakrītoši stari veido leņķi, kura lielums ir skaitlis nulle. Ja viens stars paliek nekustīgs, bet otrs tiek pagriezts vienā (lielums pozitīvs) vai otrā (lielums negatīvs) virzienā, veidojas pagriezienu leņķis.

Pagriezienu leņķi raksturo kustīgā stara OP punkts $P(x; y)$ uz vienības riņķa. Pagriezienu leņķa sinuss ir punkta P ordināta y .

Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Situācijas modelēšanai izmanto vienības riņķi, iegūst informāciju no tā. Attēlo vienības riņķī pagrieziena leņķus, ja zināmas to sinusa vai kosinusa vērtība. Attēlo pagrieziena leņķi vienības riņķī atbilstoši nosacījumiem.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Iezīmē korekti abus pagrieziena leņķus	12	7	5	0
Iezīmē abus, bet ne pret 3/4	1	2	4	2
Ir 3/4, abi rādiusi, bet nav pagrieziena leņķi	3	6		
Atliek uz x ass	2	2	1	0

Piemēri no skolēnu darbiem:

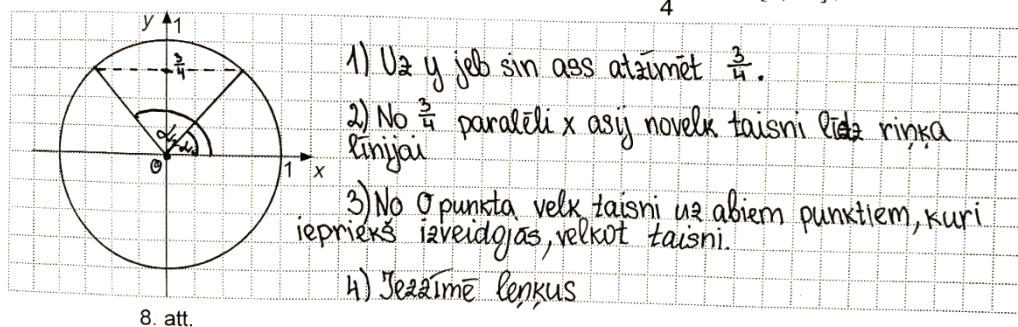
Atkal redzam tendenci, kad skolēns ierauga simbolu par risinājuma strukturēšanu, tad skaidro katru veikto darbību.

18.–21. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt savas zināšanas, izpratni un prasmes trigonometrijā.

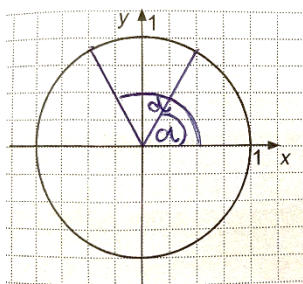


18. uzdevums (2 punkti)

Dotajā vienības riņķī (8. att.) konstruē tos leņķus α , kuriem $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ un $\alpha \in [0; 2\pi]$.



Skolēns demonstrē izpratni, ka ir divi leņķi, tomēr ignorē vērtības $\frac{3}{4}$ atlikšanu un precīzu leņķu iezīmēšanu.



19. uzdevums.

19. uzdevums (1 punkts)

Dots, ka $\sin^2 \beta = \frac{1}{3}$. Nosaki izteiksmes $\cos^2 \beta$ vērtību.

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Starp trigonometriskajām funkcijām (arī starp sinusu un kosinusu) pastāv sakarības, kas izteiktas formulu veidā. Vienības riņķa līnijas vienādojums $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Aprēķina sinusa (kosinusa) skaitlisko vērtību, ja dota kosinusa (sinusa) skaitliskā vērtība, izmantojot vienības riņķi vai sakarību $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. Atrod satura tēmai un atbilstošai darbībai atbilstošu formulu. Saprot formulas simbolisko pierakstu. Veic skaitliskus aprēķinus.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Vērtību nosaka pareizi	19	24	22	5
1/3 kāpina kvadrātā	1	2		
Cits kļūdainais risinājums		4	3	7
Nesāk risināt			5	8

Piemēri no skolēnu darbiem:

Skolēns parāda, ka neizprot kāpināšanas jēgu šajā situācijā.

19. uzdevums (1 punkts)

Dots, ka $\sin^2 \beta = \frac{1}{3}$. Nosaki izteiksmes $\cos^2 \beta$ vērtību.

$$\cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

Atbilde: $\cos^2 \beta = \frac{8}{9}$

Skolēni saprot trigonometrisko izteiksmi, bet kļūdās skaitliskos aprēķinos. Tas parāda to, ka nav izpratnes, cik liela var būt kosinusa vērtība. Ja to skolēns izprastu, tad varētu pamanīt arī savu kļūdu un to labot.

Dots, ka $\sin^2 \beta = \frac{1}{3}$. Nosaki izteiksmes $\cos^2 \beta$ vērtību.

$$1 - \cos^2 \beta = \frac{1}{3} \quad \cos^2 \beta = \frac{1}{3}$$

Atbilde: $\frac{1}{3}$

Dots, ka $\sin^2 \beta = \frac{1}{3}$. Nosaki izteiksmes $\cos^2 \beta$ vērtību.

$$\sin^2 \beta = \frac{1}{3} \quad 1 - \cos^2 \beta = \frac{1}{3} \quad \cos^2 \beta = \frac{1}{3} - 1 \quad \cos^2 \beta = -\frac{2}{3}$$

Atbilde: $\cos^2 \beta = -\frac{2}{3}$

Izbrīnu var radīt tas, ka skolēni apstājas pie skaitļošanas un tālāk neskaitļo.

19. uzdevums (1 punkts)

Dots, ka $\sin^2 \beta = \frac{1}{3}$. Nosaki izteiksmes $\cos^2 \beta$ vērtību.

$$\cos^2 \beta = 1 - \frac{1}{3} =$$

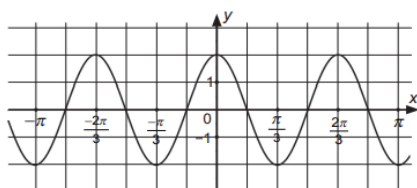
20.1. uzdevums.**20. uzdevums (3 punkti)**

Dots funkcijas $y = 2\cos 3x$ grafiks (9. att.).



20.1. (1 punkts) Nosaki funkcijas $y = 2\cos 3x$ vērtību kopu.

Atbilde:



9. att.

Skolēnam jāsaprot/jāzina

Jēdzieni funkcijas vērtība, funkcijas vērtību kopa.

	Informācija par funkcijas vērtību ir uz tai atbilstošās ass.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Iegūst informāciju par funkcijas vērtību kopu no zīmējuma.
Izziņas darbības līmenis	1.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Vērtību kopa pareiza $[-2; 2]$	18	20	13	4
Galapunktus neieskaita $(-2; 2)$	1	5	2	1
$[-1; 1]$	1	1		2
$(-\infty; +\infty)$		2	3	
Cits kļūdainais risinājums			9	3
Nesāk risināt		2	3	10

Vērojot skolēnu atbildes, varam secināt, ka skolēniem ar zemāku sniegumu nav skaidrs, kā noteikt vērtību apgabalu, kas tas ir, jo daudzi nesāk uzdevumu risināt. Tie skolēni, kuri neieskaita galapunktus, darbojas formāli, visticamāk, nedomājot pēc būtības, ko nozīmē vērtību apgabals.

20.2. uzdevums.

20.2. (1 punkts) Nosaki funkcijas $y = 2\cos 3x$ periodu T (grādos vai radiānos).

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzieni <i>funkcijas periods, grādi, radiāni.</i>
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Iegūst informāciju par funkcijas periodu no zīmējuma.
Izziņas darbības līmenis	1.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Periods pareizs	18	17	20	6
Periods $\pi/3$	1	2	2	4
Periods $2\pi/3 * k$		4	1	

Periodu uzraksta kā intervālu	1	2		1
π		4	2	2
Cits kļūdainais risinājums			3	3
Nesāk risināt		1	2	4

Piemēri no skolēnu darbiem:

Daudzos darbos periodu skolēni nosaka gan grādos, gan radiānos. Tas nozīmē, ka šajā uzdevumā skolēni nav sapratuši uzdevumu veidotāju ideju, ka var izmantot vienu no pierakstīšanas veidiem.

20.2. (1 punkts) Nosaki funkcijas $y = 2\cos 3x$ periodu T (grādos vai radiānos).

$$T = \frac{2\pi}{3} = \frac{2 \cdot 180^\circ}{3} = 120^\circ$$

Pierakstot periodu, skolēni lieto neprecīzu pierakstu. Par iemeslu tam var būt, ka neprot pierakstīt savu domu vai arī nesaprot perioda jēgu.

20.2. (1 punkts) Nosaki funkcijas $y = 2$ (grādos vai radiānos).

$$T = \frac{2\pi}{3} k, \text{ kur } k \in \mathbb{Z}$$

Atbilde: $T = \frac{2\pi}{3} k, \text{ kur } k \in \mathbb{Z}$

20.2. (1 punkts) Nosaki funkcijas $y = 2\cos 3x$ periodu T (grādos vai radiānos).

$$T = (0; \frac{2\pi}{3})$$

Atbilde: $T = (0; \frac{2\pi}{3})$

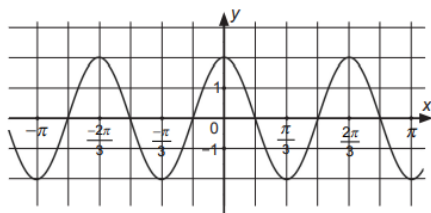
20.3. uzdevums.

20. uzdevums (3 punkti)

Dots funkcijas $y = 2\cos 3x$ grafiks (9. att.).

20.3. (1 punkts) Intervālā $x \in (\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2})$ funkcija $y = 2\cos 3x$ ir

- A augoša, un tās vērtības ir pozitīvas
- B augoša, un tās vērtības ir negatīvas
- C dilstoša, un tās vērtības ir pozitīvas
- D dilstoša, un tās vērtības ir negatīvas



9. att.

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Pārveidots pareizi	18	13	9	2
Skaitītājā $\sin 2x$	1			4
Pirmie 2 kritēriji (skait+2a)		11	10	3
Cits kļūdainais risinājums	1	3	8	4
Nesāk risināt		3	3	7

Piemēri no skolēnu darbiem:

Atkal vērojam tendenci, ka, redzot simbolu pie uzdevuma, skaidro katru soli.

21. uzdevums (3 punkti)

Identiski pārveido izteiksmes dotās daļas skaitītājā un saucējā, saīsini daļu.

$$\frac{\sin x + \sin x}{\sin 2x \cdot \cos x} = \frac{\sin x + \sin x}{2 \sin x \cos x \cdot \cos x} = \frac{2 \sin x}{2 \sin x \cdot \cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

↑
Izmantoju $\sin 2x$ formulu
Saskaitu skaitītājā dotās vērtības
↑
saīsini daļu

Vērtējot tika akceptēti arī risinājumi, ja saucējā izteiksmes nesareizina.

21. uzdevums (3 punkti)

Identiski pārveido izteiksmes dotās daļas skaitītājā un saucējā, saīsini daļu.

$$\frac{\sin x + \sin x}{\sin 2x \cdot \cos x} = \frac{2 \sin x}{2 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos x} = \frac{1}{\cos x \cdot \cos x}$$

Skolēniem grūtības sagādā izpratne par argumentu un to, kā notiek izteiksmju saskaitīšana, ja tās ir trigonometriskas.

$$\frac{\sin x + \sin x}{\sin 2x \cdot \cos x} = \frac{\sin 2x}{\sin 2x \cdot \cos x} = \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{2 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos x} = \frac{1}{\cos x}$$

21. uzdevums (3 punkti)

Identiski pārveido izteiksmes dotās daļas sl

$$\frac{\sin x + \sin x}{\sin 2x \cdot \cos x} = \frac{\sin 2x}{\sin 2x \cdot \cos x} = \frac{1}{\cos x}$$

Līdzīgi redzam, ka skolēni veic “automātiskas” darbības reizinot, vai arī pārrakstās.

21. uzdevums (3 punkti)

Identiski pārveido izteiksmes dotās daļas skaitītājā un saucējā, saīsini daļu.

$$\frac{\sin x + \sin x}{\sin 2x \cdot \cos x} = \frac{2 \sin x}{(2 \sin x \cdot \cos x) \cdot \cos x} = \frac{2 \sin x}{2 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos^2 x} = \frac{1}{\cos^3 x}$$

Ir darbi, kuros skolēni veic nepareizu papildus pēdējo soli, cenšoties vēl kaut ko pārveidot.

21. uzdevums (3 punkti)

Identiski pārveido izteiksmes dotās daļas skaitītājā un saucējā, saīsini daļu.

$$\frac{\sin x + \sin x}{\sin 2x \cdot \cos x} = \frac{2 \sin x}{2 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos x} = \frac{2 \sin x}{2 \sin x \cdot \cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Atbilde: $\sin^2 x$

22. uzdevums.

22. uzdevums (1 punkts)

Šaha turnīrā piedalījās 12 šahisti, turklāt katrs izspēlēja ar ikvienu no pārējiem vienu partiju. Aprēķini, cik pavisam partiju izspēlēja šajā turnīrā.

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Kombinatorikai raksturīgi jautājumi: vai eksistē elements ar noteiktām īpašībām, kā to iegūt, cik pavisam ir tādu elementu, kā iegūt tos visus. Risināšanai izmanto spriedumus, shēmas, grafikus vai formulas.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Nosaka elementu skaitu spriežot, veicot pilno pārslasi, veidojot grafiku, lietojot reizināšanas likumu. Lasot tekstu, saprot to kopumā. Veic skaitliskus aprēķinus.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Pareizi	17	18	6	2
No pareizajiem risinājumiem: risina ar kombinācijām	11	5	3	1
No pareiziem: $\frac{12 \cdot 11}{2}$	2	3		
No pareiziem: izveido summu	4	8	1	1
No pareiziem: tikai atbilde		2		

Nepareizi: $12 \cdot 12$	1		2	5
Nepareizi: $12 \cdot 11$	1	6	11	5
Nepareizi, risina ar variācijām	1	3	2	
$12!$			3	
Cits kļūdainais risinājums		2	4	8
Nesāk risināt		1	2	

Piemēri no skolēnu darbiem:

Skolēni spriež, izmantojot summu.

22. uzdevums (1 punkts)

Šaha turnīrā piedalījās 12 šahisti, turklāt katrs izspēlēja ar ikvienu no pārējiem vienu partiju. Aprēķini, cik pavisam partiju izspēlēja šajā turnīrā.

1. šahists $\Rightarrow$ 11 partijas
 2. šahists $\Rightarrow$ 10 partijas
 Kopā: $11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=66$

Atbilde: Šaha turnīrā tika izspēlētas 66 partijas

12 $11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=66$

1. šahists $\hat{=}$ 11 partijas
 2. šahists $\hat{=}$ 10 partijas
 3. šahists $\hat{=}$ 9 partijas
 4. šahists $\hat{=}$ 8 partijas ...

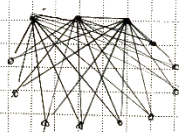
Atbilde: 66 partijas

22.–27. uzdevumā tev ir iespēja demonstrēt savas zināšanas, izpratni un prasmes kombinatorikā, varbūtību teorijā un statistikā.

22. uzdevums (1 punkts)

Šaha turnīrā piedalījās 12 šahisti, turklāt katrs izspēlēja ar ikvienu no pārējiem vienu partiju. Aprēķini, cik pavisam partiju izspēlēja šajā turnīrā.

$11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=66$



Viens ar sevi ne spēlē! ... utt.

Atbilde: 66 (partijas)

Skolēni izmanto atbilstošu formulu, kombinācijas.

$C_{12}^2 = \frac{12 \cdot 11}{2} = 66$ Zināto C_{12}^2 je secība nav mainīga.

Atbilde: 66

pavisam partiju izspēja šajā turnīrā.

$$C_{12}^2 = \frac{12!}{2! \cdot 10!} = \frac{11 \cdot 12}{2 \cdot 1} = 66$$

Atbilde: 66 partijas

23. uzdevums.

23. uzdevums (2 punkti)

Paskaidro, kas ir divu kopu šķēlums.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdziens <i>kopu šķēlums</i> .
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Veido korektu jēdziena skaidrojumu.
Izziņas darbības līmenis	1. līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20

Piemēri no skolēnu darbiem:

Šāda veida uzdevums eksāmenā ir pirmo reizi un sagādāja grūtības ne tikai skolēniem (grūtības pakāpe 22%), bet arī vērtētājiem.

Skolēni skaidrojumu veidoja vārdiski un vispārīgi.

Divu kopu šķēlums ir jauna kopa, kas sastāv no abu iepriekšējo kopu kopīgajiem elementiem.

23. uzdevums (2 punkti)

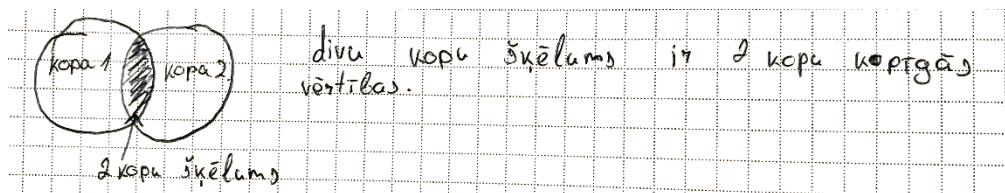
Paskaidro, kas ir divu kopu šķēlums.

Divu kopu šķēlums ir divu kopu kopīgās daļas.

Šajā skolēna skaidrojumā redzam, ka tas ir vispārīgs, bet ir tikai daļēji korekts, jo skolēns nerunā par abu kopu kopīgajiem elementiem.

Divu kopu šķēlums ir abu kopu kopīgā daļa (tā, kas abām kopām satur).

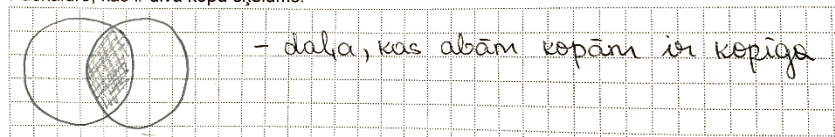
Daļa no skolēniem savu skaidrojumu papildināja ar vizualizāciju,



Arī šajā piemērā skolēns skaidrojumā nemin, kas ir kopu kopīgā daļa, kas to veido.

23. uzdevums (2 punkti)

Paskaidro, kas ir divu kopu šķēlums.



Daļa skolēnu savu skaidrojumu papildināja ar konkrētu piemēru.

23. uzdevums (2 punkti)
Paskaidro, kas ir divu kopu šķēlums.
- daļa, kas abām kopām ir kopīga

24. uzdevums (3 punkti)
Piemēram: Kopā A ir 1, 2, 3, 4, 5, bet kopā B ir 4, 5, 6, 7, 8. 4, 5 ir kopīgās vērtības abām kopām un tās veido divu kopu šķēlumu.

23. uzdevums (2 punkti)

Paskaidro, kas ir divu kopu šķēlums.

Divu kopu šķēlums ir kopīgās vērtības abām kopām.
Piemērs: $A \in \{1, 3, 6\}$
 $B \in \{2, 3, 8\}$
 $\Rightarrow$ šķēlums ir skaits 3
 $A \cap B \in \{3\}$

24.1. uzdevums.

24. uzdevums (3 punkti)

Kādā lauku ciematā māju numuri tiek veidoti, izmantojot divus līdz trīs nepāra ciparus (1, 3, 5, 7, 9), turklāt cipari mājas numura pierakstā drīkst atkārtoties. Katrai mājai ir tieši viens, no citām mājām atšķirīgs numurs, un māju numurēšanai ir izmantoti visi iespējamie numuri.

24.1. (1 punkts) Uzraksti divu māju numurus, ievērojot nosacījumu, ka to pierakstā ir atšķirīgs ciparu skaits.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Teksta jēga.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Lasot tekstu, saista atsevišķas teksta daļas, saprot tā saturu kopumā. Veido izlases elementus, ievērojot nosacījumus.
Izziņas darbības līmenis	1. līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Pareizi	20	25	22	14

Cits kļūdainais risinājums (abi ar 2, 3 vai 4 cipariem)		3	6	2
Nesāk risināt		2	2	4

Šo uzdevumu kopumā skolēni veikuši labi, tomēr uztraucoši, ka tikai 66% demonstrē savu lasītprasmi un ir to veikuši pareizi, jo specifiskas matemātiskas zināšanas tā veikšanai nav nepieciešamas.

24.2. uzdevums.

24.2. (1 punkts) Uzraksti visus iespējamās māju trīsciparu numurus, kuru pierakstā ir izmantoti tikai cipari 3 un 5, turklāt katra numura pierakstā ir vismaz viens cipars 3 un vismaz viens cipars 5.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Vispirms jānosaka, kā tiek veidoti māju numuri, lai izvēlētos atbilstošu pieeju/sakarību skaita noteikšanai. Ja, mainot ciparus vietām, tiek iegūts cits mājas numurs, ciparu secība ir būtiska.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Lasot tekstu, saista atsevišķas teksta daļas, saprot tā saturu kopumā. Saprot vārda “vismaz” lietojumu. Veic sistēmisku pilno pārlasi. Veido izlases elementus, ievērojot nosacījumus.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Pareizi	18	28	22	15
Ieliek arī 333, 555	1		2	2
Ieliek arī 35, 53	1			
Uzraksta ne visus		1	2	2
Cits kļūdainais risinājums		1		1
Nesāk risināt			4	

Arī šī uzdevuma veikšanai skolēniem ir nepieciešamas labas lasītprasmes – jāsaprot, ka jāveido tikai trīsciparu numuri, un pareizi jālieto nosacījums *vismaz viens cipars ir 3 un vismaz viens cipars ir 5*. Tā kā arī pamatskolā ir bijusi pieredze šādu uzdevumu veikšanai, tad kopumā skolēni ir to veikuši labi.

24. uzdevums (3 punkti)

24. uzdevums (3 punkti)

24.3. (1 punkts) Kura izteiksme izsaka māju skaitu, kuru numuros visi cipari ir dažādi?

$$A A_5^2 + A_5^3$$

$$B \quad C_5^2 + C_5^3$$

$$C A_5^2 \cdot A_5^3$$

D $C_5^2 \cdot C_5^3$

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Norādīta pareizā atbilde	13	13	9	1
Norādīta nepareizā atbilde	7	17	19	19
Nesāk risināt			2	

25.1. uzdevums.

25. uzdevums (3 punkti)

	Latvija	Igaunija	Lietuva
1 EUR	2	3	4
2 EUR	1	2	3

25.1. (1 punkts) Nosaki varbūtību notikumam B – „izkrīt 1 eiro monēta, kas izdota Igaunijā”.

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdziens <i>varbūtība</i> . Klasiskās varbūtības aprēķināšana.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Iegūst informāciju par notikumam labvēlīgiem un visiem iznākumiem no tabulas. Veic skaitliskus aprēķinus.
Izzinas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Pareizi	19	23	20	7
Atbildē 1/3 (izmanto tikai 1.rindas datus)	1	6	3	3
Cits kļūdainais risinājums		1	5	8
Nesāk risināt			2	2

Piemēri no skolēnu darbiem:

Nosacījums “Nosaki” neprasa pamatojumus, tomēr daļa skolēnu skaidro veiktās darbības, parādot izpratni par to, ko dara.

25.1. (1 punkts) Nosaki varbūtību notikumam B – „izkrīt 1 eiro monēta, kas izdota Igaunijā”.

Atbilde: $P(B) = \frac{1}{5}$
Latvijas gad. = 3, Visi gadījumi = 2+1+3+2+4+3 = 15, $P(B) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

25.2. (1 punkts) Notikuma B pretējais notikums $\bar{B}$ ir

Daļa no skolēniem atbildē norāda $\frac{1}{3}$ jeb izmanto tikai 1.rindas datus.

25.1. (1 punkts) Nosaki varbūtību notikumam B – „izkrīt 1 eiro monēta, kas izdota Igaunijā”.

Atbilde: $\frac{1}{3}$
Kopā 9 1€ monētas Igaunijas monētās = 3

Atbilde: $\frac{3}{2+3+4} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

25.2. uzdevums.

25. uzdevums (3 punkti)

Slēgtā krājkasē ir monētas. Informācija par monētu nominālu, izdevējvalsti un skaitu ir apkopota tabulā. Sakratot krājkasī, izkrīt viena monēta.

	Latvija	Igaunija	Lietuva
1 EUR	2	3	4
2 EUR	1	2	3

25.2. (1 punkts) Notikuma B pretējais notikums $\bar{B}$ ir

- A „izkrīt 1 eiro monēta, kas izdota Latvijā”
- B „izkrīt 2 eiro monēta, kas izdota Igaunijā”
- C „izkrīt 2 eiro monēta”
- D „izkrīt jebkura monēta, kas nav Igaunijā izdota 1 eiro monēta”

Skolēnam jāsaprot/jāzina

Jēdziens *pretējs notikums*.

Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Aprēķina notikumam A pretējo notikumu $\bar{A}$. Veido spriedumus, izvērtējot apgalvojuma patiesumu.
Izziņas darbības līmenis	1.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Norādīta pareizā atbilde	20	28	22	9
Norādīta nepareizā atbilde		2	7	11
Nesāk risināt			1	

Skolēniem šajā uzdevumā ir jāatpazīst jēdziena *pretējs notikums* lietojums, izmantojot dotā notikuma aprakstu. Kā redzams no izlases kopas, tad skolēni ar augstāku sniegumu pilnībā tiek galā ar šo uzdevumu, savukārt grupā D nosacīti puse no skolēniem izvēlas aplamu atbildi, pārsvarā tā ir atbilde B, kas liecina, ka skolēni nedomā par uzdevumu kopumā, bet par Igaunijas datiem.

25.3. uzdevums.

25.3. (1 punkts) Nosaki varbūtību notikumam C – „izkrīt monēta, kas nav izdota Latvijā”.

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdziens <i>varbūtība</i> . Klasiskās varbūtības aprēķināšana.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Iegūst informāciju par notikumam labvēlīgiem un visiem iznākumiem no tabulas. Veic skaitliskus aprēķinus.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Pareizi	20	25	22	5
Aprēķina tikai Latvijas datus (1/5)		2		

Cits kļūdainais risinājums		2	4	8
Nesāk risināt		1	4	7

Vērojams, ka vairākos skolēnu darbos, kur ir kļūdas 25.1., šo uzdevumu risina pareizi.

Piemērs no skolēnu darba:

Korekts risinājums.

25.3. (1 punkts) Nosaki varbūtību notikumam C – „izkrīt monēta, kas nav izdota Latvijā”.

$\begin{aligned} \text{Labvēlīgie gadījumi} &= 3+2+4+3 = 12 \\ \text{Visi gadījumi} &= 2+1+3+2+4+3 = 15 \end{aligned}$	$P(C) = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$
Atbilde: $P(C) = \frac{4}{5}$	

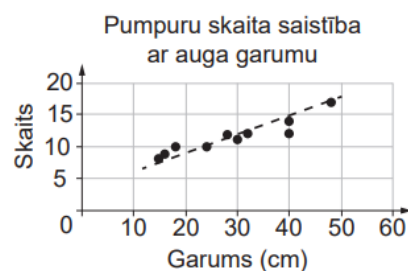
Nepareizos risinājumos raksturīgi, ka skolēni izmanto kombinācijas.

26. uzdevums.



26. uzdevums (1 punkts)

Izkliedes diagrammā (10. att.) attēlota saistība starp auga garumu centimetros un pumpuru skaitu uz auga. Paskaidro, kas liecina, ka starp auga garumu un pumpuru skaitu pastāv pozitīva korelācija.



10. att.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdziens <i>korelācija</i> .
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Izmantojot attēlu, veido vispārīgu un korektu skaidrojumu par redzamo korelāciju.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

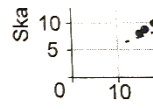
Piemēri no skolēnu darbiem:

Skolēnu darbu piemēri, kuri tika uzskatīti par atbilstošiem.

Pastāv pozitīva korelācija, jo, ja garāks ir augs, jo vairāk tām ir pumpuru.

Taisne, kas
rādina korelāciju ir augša.

Salikti punkti veido ļoti labi
saskatāmu taisni (apzīmēta ar
pauzētu līniju). Šī taisne ir
augša, kas liecina par to,
ka tā ir pozitīva korelācija –
jo garāks augs, jo lielāks pumpuru skaits.



Pēc diagrammas var redzēt, ka
punkti ir novietoti tuvu taisnei
(nav izvietoti haotiski pavisam blakus),
kas parāda, ka pastāv pozitīva (jo
taisne ir augša) korelācija (starp
auga garumu un pumpuru skaitu ir saikne).

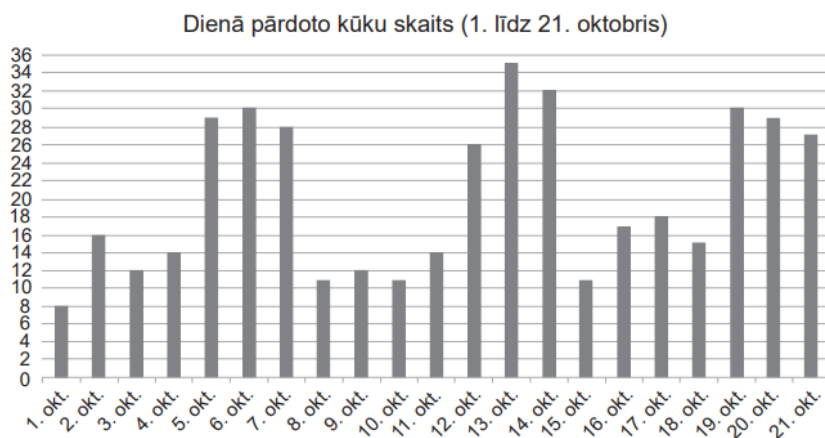
Šajā skolēna darbā vērojam, ka tiek izmantots jēdziens “pozitīva taisne”, kas nozīmē,
ka skolēns nesahēmu vērtējumu par valodas lietojumu.

Tā, ka starp auga garumu un pumpuru
skaitu pastāv pozitīva korelācija, liecina
tas, ka, ja lielāks ir auga garums, jo
vairāk ir pumpuru uz auga. Tātad veido
pozitīvu taisni, kas tas parādīts izkliedēs
diagrammā ar pauzētu līniju.

27.1. uzdevums.

27. uzdevums (5 punkti)

Kādā kūkotavā katru dienu reģistrēja pārdoto kūku skaitu. Dati par dienā pārdoto kūku skaitu oktobra pirmajās trīs nedēļās apkopoti stabiliņveida diagrammā (11. att.). Zināms, ka 1. oktobris ir pirmdiena.



11. att.

27.1. (1 punkts) Nosaki dotās datu kopas (dienā pārdoto kūku skaits) amplitūdu.

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdziens <i>amplitūda</i> .
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Iegūst informāciju par skaitu no diagrammas. Veic skaitliskus aprēķinus.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Amplitūda noteikta pareizi	20	23	15	10
Atbilde kā intervāls: 8 - 35 (punktu nedeva)		2	3	2
Cits kļūdainais risinājums		4	5	5
Nesāk risināt		1	7	3

Piemēri no skolēnu darbiem:

Šajā uzdevumā skolēniem faktiski ir jādemonstrē jau pamatskolā apgūta jēdziena lietojums konkrētā situācijā. Skolēnu sniegums šajā uzdevumā bija virs 1.daļas vidējā. Tas noteikti būtu augstāks, ja skolēni izprastu, ka amplitūda nav intervāls, tātad jādemonstrē izpratne par jēdzienu pēc būtības.

lielākais rezultāts: 35
mazākais rezultāts: 0
Atbilde: Amplitūda ir 27

27.1. (1 punkts) Nosaki dotās datu kopas (dienā pārdoto kūku skaits) amplitūdu.

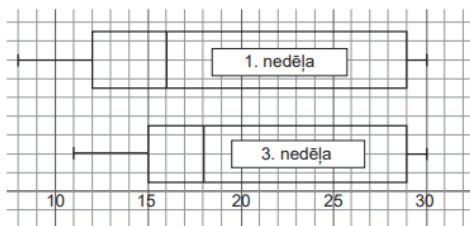
$$\frac{8+16+12+14+29+30+28+11+12+11+14+26+35+32+11+17+18+15+30+29+27}{21}$$

Atbilde: 20

27.2. (1 punkts) Datus par dienā pārdoto kūku skaitu grupē vienāda garuma intervālos, biežuma tabulas pirmās kolonnas daudzpunktēs ierakstot atbilstošās kūku skaita vērtības.

Biežuma tabula

Dienā pārdoto kūku skaits	Biezums (dienu skaits)
[8; 14]	8
[15; ...]	...
[...; ...]	...
[...; 35]	...



12. att.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzieni <i>pazīmes vērtība, vērtības absolūtais biežums, biežuma tabulas, intervāls.</i>
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Iegūst informāciju par biežumu no diagrammas. Veic skaitliskus aprēķinus.
Izziņas darbības līmenis	27.2. 1.līmenis, 27.3. 2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Biežuma tabula pareiza	19	17	10	8
Kļūdās intervālu galapunktos, biežumi pareizi	1	5	6	2
Intervālu galapunkti pareizi, kļūdās biežumos		5	3	1
Intervālu galapunkti pareizi, biežumus nenosaka			2	
Kļūdās abos datos		1	4	4

Nesāk risināt		2	5	5
---------------	--	---	---	---

27.2. uzdevumā skolēniem bija nepieciešama lasītprasme ar izpratni, izmantojot doto informāciju tekstā: *sagrupē vienāda garuma intervālos* un tabulā, izmantojot intervālu kā paraugu. Šo uzdevumu skolēns var veikt arī tad, ja nezina pēc būtības, kas ir biežuma tabula.

Arī 27.3. uzdevumā, izmantojot tabulā doto informāciju kā paraugu, skolēns varēja izdomāt, ko nozīmē biežums, ja nu viņš to nezināja.

27.4. uzdevums.

27.4. (1 punkts) Kastu diagrammas (12. att.) attēlo pārdoto kūku skaita sadalījumu oktobra 1. un 3. nedēļā. Nosaki otro kvartili 1. nedēļas datiem.

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzieni <i>kastu diagramma, kvartile</i> .
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Iegūst informāciju par kvartili no diagrammas.
Izziņas darbības līmenis	1.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
2.kvartile noteikta pareizi	18	19	10	7
Atbilde 29 (3.kvartile)	1			
Atbilde 30 (4.kvartile)	1			
Atbildē 11-35		1		
Cits kļūdainais risinājums		6	12	8
Nesāk risināt		4	8	5

Skolēniem šajā uzdevumā bija jādemonstrēja prasme nolasīt prasīto kvartili no diagrammas. Izlases kopas datu analīzē varam redzēt, kādas ir bijušas skolēnu tipiskākās atbildes – skolēni neatpazīst, kura ir kura kvartile dotajā diagrammā.

27.5. uzdevums.

27.5. (1 punkts) Nosaki starpkvartiju amplitūdu 3. nedēļas datiem.

Atbilde:

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Jēdzieni <i>kastu diagramma, starpkvartiju amplitūda</i> .
---------------------------------	--

Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Iegūst informāciju par starpkvartiļu amplitūdu no diagrammas. Veic skaitliskus aprēķinus.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Noteikts pareizi	14	12	4	1
Atbilde 19 (amplitūda visiem datiem)	5	8	4	3
[15;29] (punktu nedeva)			1	1
Cits kļūdainais risinājums	1	7	14	7
Nesāk risināt		3	7	8

Šajā uzdevumā skolēniem bija jādemonstrēja jēdziena *starpkvartiļu amplitūda* lietojums konkrētajā piemērā. Analizējot skolēnu darbus, bija vērojams, ka skolēni zina, kas ir amplitūda, bet nezina, kur diagrammā jānolasa dati, lai noteiktu starpkvartiļu amplitūdu.

Atsevišķos skolēnu darbos minēti skaitļi, kuriem nevar atrast pamatojumu pat diagrammā. Iespējams, ka skolēni nepareizi nolasa datus.

Skolēnu rezultātu un snieguma analīze 2.daļas uzdevumos

28. uzdevums.

28. uzdevums (4 punkti)

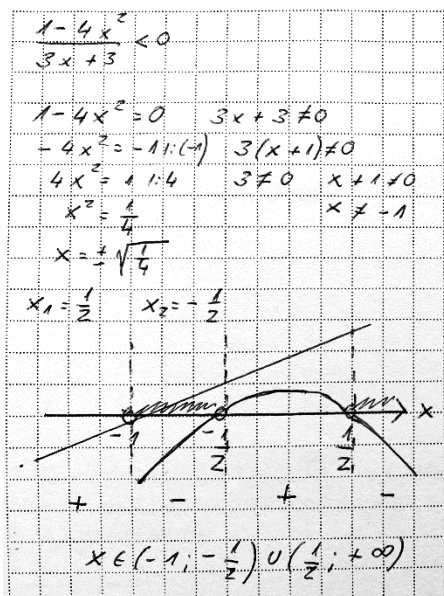
Atrisini nevienādību $\frac{1-4x^2}{3x+3} < 0$.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Atrisināt daļveida nevienādību $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$, nozīmē noskaidrot tos x , ar kuriem skaitītāja $f(x)$ un saucēja $g(x)$ dalījums ir pozitīvs (negatīvs, nepozitīvs, nenegatīvs). Jāpieņem lēmums kādu risināšanas paņēmieni izvēlēties.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Daļveida nevienādības atrisināšana, izmantojot pāreju uz nevienādību sistēmām un saistību starp nevienādību sistēmu atrisinājumiem un dotās nevienādības atrisinājumu. Daļveida nevienādības atrisināšana ar intervālu metodi (izmantojot vai neizmantojot grafiku), skaidrojot veiktās darbības un pamatojot spriedumus. Kvadrātnevienādības atrisināšana. Pieraksta uzdevuma atrisinājumu, lietojot matemātiskos simbolus.
Izziņas darbības līmenis	2.līmenis

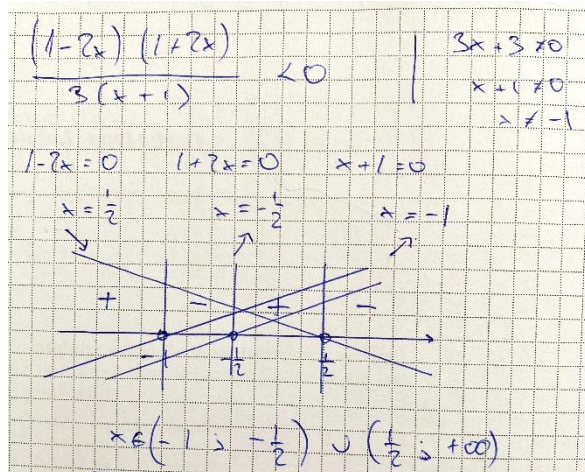
	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Atrisināts pilnībā	12	9	2	1
Atrisina atbilstošos (skaitītājs, saucējs) vienādojumus	1	1	4	6
Cits kļūdainais risinājums	7	20	24	8
Nesāk risināt				5

Piemēri no skolēnu darbiem:

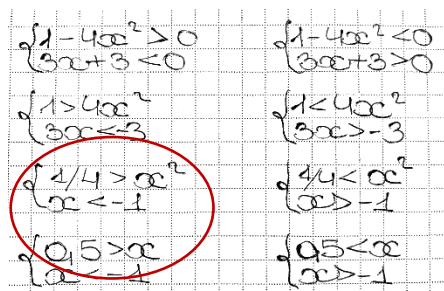
Skolēna korekts risinājums, izmantojot intervālu metodi.



Lai izmantotu intervālu metodi, skolēns risina, skaitītāju vispirms sadalot reizinātājos. Tiek iegūtas pirmās pakāpes izteiksmes, kurām tālāk nosaka vērtību “zīmes”.



Risina ar nevienādību sistēmām. Skolēni demonstrē tipisku kļūdu, risinot kvadrātnevienādību. Sistēmas tiek vienkāršotas, jo risina lineāras nevienādības.



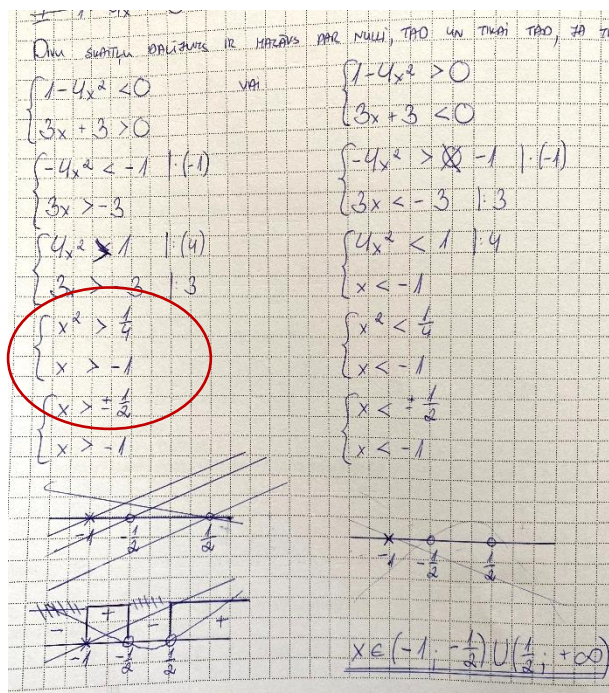
Skolēni lieto nekorektu pierakstu, risinot kvadrātnevienādību. No darba nevaram pateikt, vai tā ir tikai pieraksta lietošanas problēma. Ar šo kļūdu skolēns tālāk izmanto intervālu metodi, kas dod iespēju nonākt pie pareizas atbildes.

$$\begin{cases} 1-4x^2 < 0 \\ 3x+3 > 0 \end{cases} \quad \text{vai} \quad \begin{cases} 1-4x^2 > 0 \\ 3x+3 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x^2 < -1 \quad | :(-1) \\ 3x > -3 \end{cases} \quad \begin{cases} -4x^2 > -1 \quad | :(-1) \\ 3x < -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^2 > 1 \quad | :4 \\ 3x > -3 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x^2 < 1 \quad | :4 \\ 3x < -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 > \frac{1}{4} \\ x > -1 \\ x > \pm \frac{1}{2} \\ x > -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 < \frac{1}{4} \\ x < -1 \\ x < \pm \frac{1}{2} \\ x < -1 \end{cases}$$

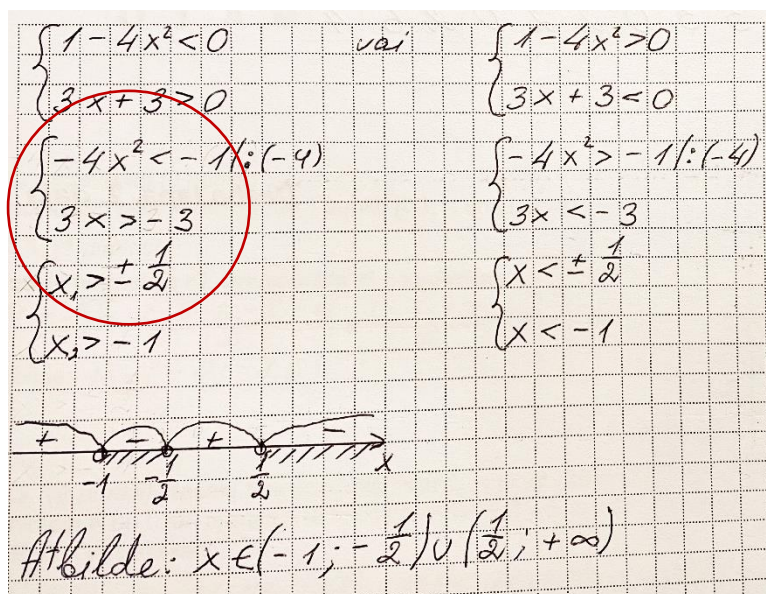


$$x \in (-1; -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$$

$$\begin{cases} 1-4x^2 < 0 \\ 3x+3 > 0 \end{cases} \quad \text{vai} \quad \begin{cases} 1-4x^2 > 0 \\ 3x+3 < 0 \end{cases}$$

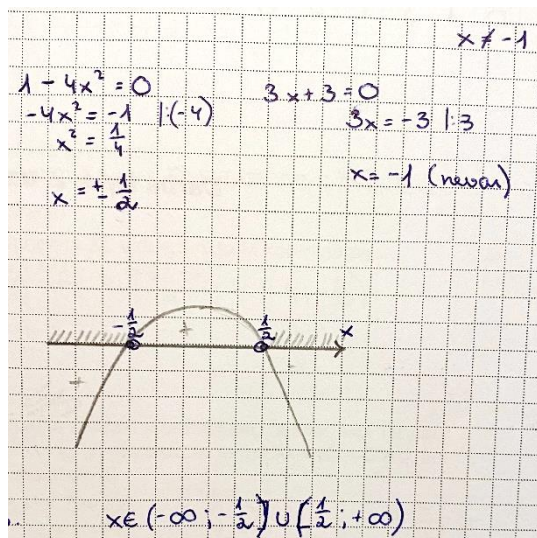
$$\begin{cases} -4x^2 < -1 \quad | :(-4) \\ 3x > -3 \end{cases} \quad \begin{cases} -4x^2 > -1 \quad | :(-4) \\ 3x < -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 > \frac{1}{4} \\ x > -1 \\ x > \pm \frac{1}{2} \\ x > -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 < \frac{1}{4} \\ x < -1 \\ x < \pm \frac{1}{2} \\ x < -1 \end{cases}$$



$$\text{Atbilde: } x \in (-1; -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$$

Tipiskas kļūdas, ko pieļauj skolēni ar zemāku sniegumu kopumā (grupā C un D), pielīdzina skaitītāju un saucēju nullei – līdzīgi kā vienādojuma gadījumā, tos atrisina. Tālāk uzdevumu nerisina, vai arī nosaka tikai skaitli, kurš neietilpst definīcijas kopā, demonstrē to, ka nav izpratnes, ko nozīmē risināt daļveida nevienādību.



$$1) 3x + 3 \neq 0$$

$$3(x + 1) \neq 0$$

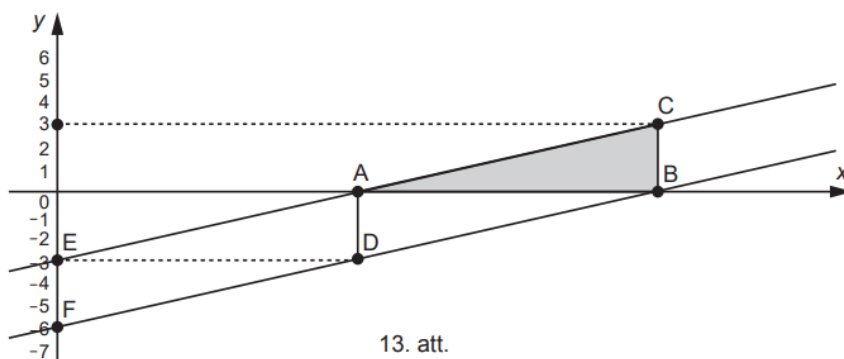
$$\cancel{3} \cancel{+3} \quad x + 1 \neq 0$$

$$x \neq -1$$

29. uzdevums.

29. uzdevums (4 punkti)

Paralēlas taisnes AC un BD krusto Ox asi punktos A un B, bet Oy asi – punktos E(0; -3) un F(0; -6) (13. att.). Zināms, ka punkta C ordināta ir 3 un taisnleņķa trijstūra ABC laukums ir 9. Nosaki taisnes BD vienādojumu.



Skolēnam jāsaprot/jāzina	Katru taisni koordinātu plaknē var pierakstīt ar vienādojumu. Paralēlām taisnēm virziena koeficienti ir vienādi. Taisnes vienādojuma pierakstam ir vairāki veidi un tā izvēli nosaka dotā informācija vai izmantošanas mērķis; pārejai no viena veida uz citu lieto ekvivalentos pārveidojumus.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Izmanto informāciju, kas dota tekstā un attēlā. Trijstūra laukuma aprēķināšana. Trijstūru vienādības pierādīšana.

	Taisnes virziena koeficienta noteikšana, izmantojot funkcijas pieaugumu. Lieto sakarības starp paralēlu taisņu virziena koeficientiem. Uzraksta un taisnes vienādojumu, ja dots: viena taisnes punkta koordinātas un virziena koeficients vai divu taisnes punktu koordinātas.
Izziņas darbības līmenis	3.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Atrisināts pilnībā	11	9	3	0
Atrisinā pareizi, taču nepamato trijstūru vienādību	3	7	1	0
Aprēķina tikai AB, tālāk nerisina vai seko kļūdainais risinājums	1	5	9	5
Pēdējā risinājuma solī izmanto nepareizo punktu koordinātas	2	2	1	
Cits kļūdainais risinājums	3	4	15	5
Nesāk risināt		3	1	10

Piemēri no skolēnu darbiem:

Skolēni pārsvarā lieto divas stratēģijas: 1) paralēlu taisņu virziena koeficientu īpašību, 2) taisnes vienādojumu caur diviem punktiem. Abas stratēģijas izmanto gan grupas A, gan grupas B skolēni.

1) $S_{ABC} = 9$
 $S_{ABC} = \frac{ah}{2} = \frac{CB \cdot AB}{2} = 9$
 $CB = 3$
 $\frac{AB \cdot 3}{2} = 9 \quad | \cdot 2$
 $AB \cdot 3 = 18 \quad | : 3$
 $AB = 6$

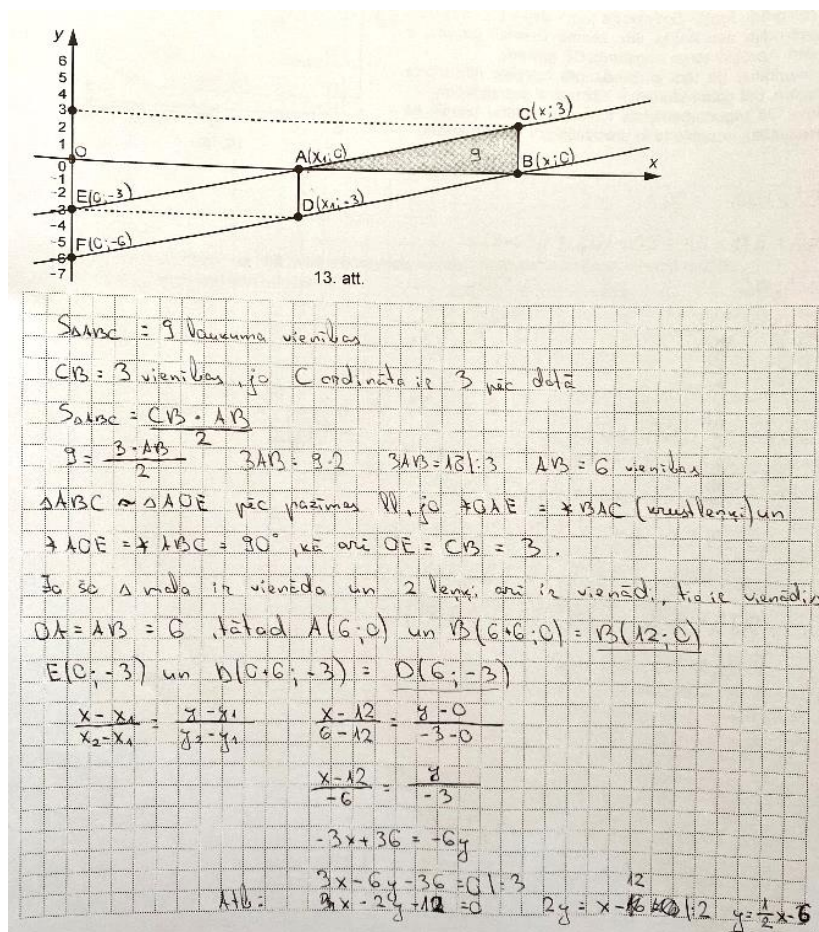
2) $ED = AB = 6$ jo $AC \parallel BD$
 $ED + AB = 12$
 $B(12; 0)$

3) $D(6; -3)$

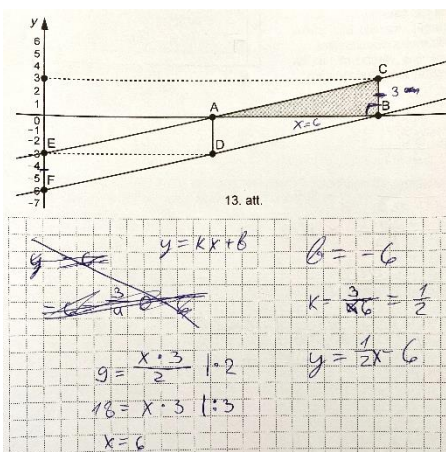
4) $y = kx + b$
 $k = ?$
 $x_0 = 6 \quad y_0 = -3$
 $x_1 = 12 \quad y_1 = 0$
 $\Delta x = 12 - 6 = 6$
 $\Delta y = 0 - (-3) = 3$
 $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

5) $b = ?$
 $y = \frac{1}{2}x + b$
 $0 = \frac{1}{2} \cdot 12 + b$
 $0 = 6 + b$
 $b = -6$

6) $y = \frac{1}{2}x - 6$
 Atbilde $y = \frac{1}{2}x - 6$ ir taisnes BD vienādojums



Analizējot darbus, vērojams, ka skolēni pareizi atrisina uzdevumu, tomēr ir ļoti lakoniski un nepamato/neskaidro veiktās darbības. Tas varētu būt saistīts ar to, ka skolēni šīs darbības uztver kā vienkāršas un pašsaprotamas un tāpēc neko neskaidro. Mācību procesā skolēni ir jārosina papildināt matemātisko risinājumu ar tekstu īpaši tad, ja tiek izmantoti dažādi fakti un dotie, piemēram, šajā darbā skolēns uzraksta taisnes vienādojumu, tad izmanto trijstūri un tā laukumu, tad atkal pievēršas taisnes vienādojumam un raksta k .



Ieteikums šim skolēnam varētu būt pierakstīt, ka tiek aplūkots konkrētais trijstūris un izmantots tā laukums.

Uzsākot domu par k, minēt, kurai taisnei tiks noteikts virziena koeficients.

Kurai no divām taisnēm ir uzrakstīts vienādojums un kāpēc.

$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2}$
 $g = \frac{AB \cdot 3}{2}$
 $AB = \frac{3 \cdot 2}{3} = 6$

$BC = AD = 3$
 $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{AD}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x + b$
 Lai noteiktu b ievietojam punkta F(0, -6)
 $-6 = \frac{1}{2} \cdot 0 + b$
 $-6 = b$
 $b = -6$
 $y = \frac{1}{2}x - 6$

$y = \frac{1}{2}x - 6$

Uzsākot domu par k, minēt, kurai taisnei tiks noteikts virziena koeficients un kurš trijstūris tiek izmantots, kāpēc tā var rīkoties.

Kurai no divām taisnēm ir uzrakstīts vienādojums un kāpēc.

Darbos, kur skolēni pēdējā solī izmanto nepareizo punktu koordinātas, viņi demonstrē prasmi uzrakstīt vienādojumu, ja zināmas divu punktu koordinātas.

$AC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$
 Ja tad $AC = 6$ tad $\Rightarrow$

$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$
 $\frac{x - 12}{6 - 12} = \frac{y - 3}{-3 - 3}$

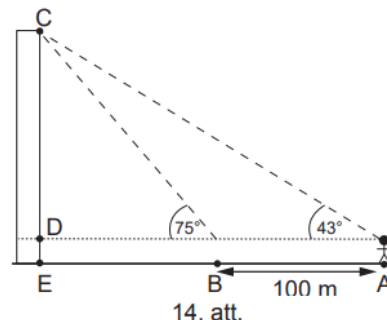
$\frac{x - 12}{-6} = \frac{y - 3}{-6}$
 $(x - 12)(-6) = (y - 3)(-6)$
 $-6x + 72 = -6y + 18$
 $6y = 6x + 18 - 72 : 6$
 $y = x - 9$

$A(6, 0)$
 $B(12, 0)$
 $C(12, 3)$
 $D(6, -3)$

30. uzdevums.

30. uzdevums (4 punkti)

Punktā A novērotājs torņa daļu CD redz 43° grādu leņķī (14. att.), ja pietuvojas tornim par 100 metriem (punktā B) – 75° grādu leņķī. Zināms, ka torņa daļas DE (attālums no novērotāja acu līnijas līdz zemes virsmai) garums ir 1,5 metri. Aprēķini torņa augstuma CE garumu. Starprezultātus (ja tādi ir risinājumā) noapaļo līdz metra simtdaļām, bet gala rezultātu – līdz metra desmitdaļām. Piezīme. Ja trigonometriskās funkcijas vērtību nosaki kā starprezultātu, noapaļo to ar precizitāti līdz tūkstošdaļām.



Skolēnam jāsaprot/jāzina	Sinusu teorēma apraksta sakarības starp trijstūra malu garumiem un leņķu lielumiem.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Risinājuma saskatīšana, izmantojot vairākus trijstūrus. Sinusu teorēmas lietošana, lai aprēķinātu trijstūra nezināmos lielumus ar praktisku kontekstu. Trigonometrisko vērtību aprēķināšana, izmantojot kalkulatoru, un noapaļošana.
Izziņas darbības līmenis	3.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Atrisināts pilnībā	10	6	3	0
Noteikti pareizi leņķi, tālāk nav risināts vai aplams risinājums		2	8	3
Kļūdās skaitļošanā, lietojot sinusa teorēmu pirmajā reizē, tālāk skaitļo pareizi	2	7	5	1
Kļūdās pēdējā solī (nav aprēķināts, noapaļošanā)	7	5		
Cits kļūdainais risinājums	1	8	8	8
Nesāk risināt		2	6	8

Piemēri no skolēnu darbiem:

Korekts risinājums.

$\angle LHC = 180^\circ - 45^\circ = 105^\circ$ $\angle LCM = 180^\circ - 105^\circ - 43^\circ = 32^\circ$

$\triangle LCM$: Sinusu teorēma:

$$\frac{CL}{\sin 105^\circ} = \frac{LM}{\sin 32^\circ}$$
$$\frac{CL}{0,966} = \frac{100}{0,530}$$
$$CL = \frac{0,966 \cdot 100}{0,53} = 182,26 \text{ m}$$

$\triangle LCM$: Sinusu teorēma:

$$\frac{CM}{\sin 43^\circ} = \frac{LM}{\sin 32^\circ}$$
$$\frac{CM}{0,682} = \frac{100}{0,530}$$
$$CM = \frac{100 \cdot 0,682}{0,53} = 128,68 \text{ m}$$

$\triangle CDM$: $\sin 75^\circ = \frac{CD}{CM}$

$$0,966 = \frac{CD}{128,68}$$
$$CD = 124,30 \text{ m}$$
$$CE = CD + DE = 124,30 + 1,5 = 125,8 \text{ m}$$

Atbilde: Tora augstums CE ir 125,8 m.

Līdzīgi kā iepriekšējā uzdevuma piemērā, arī veicot šo uzdevumu, skolēni mēdz būt ļoti lakoniski, piemēram, raksta uzreiz sinusa teorēmu, nenorādot, kurš trijstūris tiek izmantots. Ieteikums – rosināt šāda veida uzdevumos skolēnus komentēt, kādas sakarības un kurās figūrās tiek izmantotas.

$DE = 1,5 \text{ m}$

1) $\frac{100}{\sin 32^\circ} = \frac{b}{\sin 43^\circ}$

$$b \approx 128,7$$

2) $\frac{128,7}{\sin 90^\circ} = \frac{CD}{\sin 75^\circ} = CD \approx 124,3$

3) $CE = CD + DE = 124,3 + 1,5 \approx 125,8$

ATBILDE: Skala tora garums ir aptuveni 125,8 m

Kā tipisku kļūdu risinājuma organizēšanā skolēnu darbos var vērot nekorektu vienādības zīmes lietojumu.

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Atrisināts pilnībā	19	28	26	13
Skaitļus ievieto pareizi, kļūdās skaitļošanā	1	2	2	6
Cits kļūdains risinājums			2	1

Piemēri no skolēnu darbiem:

Korekts risinājums.

$$N(40) = 120'000 \cdot 2^{\left(\frac{-40}{20}\right)} = 120'000 \cdot 2^{-2} = 120'000 \cdot \frac{1}{4} = 30'000 \text{ nesabrukusio kodolu skaits}$$

Skolēns vērtības formulā ievieto pareizi, nepareizi veic darbības ar kāpinātāju, kas apgrūtina tālāko risinājumu.

$$N(40) = 120'000 \cdot 2^{\frac{-40}{20}} 2^{\frac{-40}{20}} = 120'000 \cdot 2^{-20} = 120'000 \cdot \frac{1}{2^{20}} = \frac{120'000}{1048576} \approx 0,114$$

31.2. uzdevums.

31.2. (3 punkti) Aprēķini, cik ilgā laikā sākotnējais kodolu skaits samazināsies desmit reizes. Atbilde noapaļo līdz veselām minūtēm.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Dotā teksta izpratne, lai uzrakstītu atbilstošu eksponentvienādojumu. Logaritms ir kāpinātājs, piemēram, ja $2^x = 7$, tad ar simbolu $\log_2 7$ tiek apzīmēta precīzā vērtība kāpinātājam, kurā, kāpinot skaitli 2, iegūst skaitli 7. Logaritmēšanu var izmantot eksponentvienādojuma risināšanā.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Identisku pārveidojumu veikšana eksponentvienādojumā. Vienādojuma logaritmēšana. Logaritmu bāzes maiņas formulas izmantošana. Logaritma skaitliskās vērtības noteikšana, izmantojot kalkulatoru. Identisku pārveidojumu veikšana, izmantojot logaritmu.
Izziņas darbības līmenis	3.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Atrisināts pilnībā	12	8	4	0
Izveido vienādojumu, taču tālāk nerisina vai risinājums ir aplams	7	10	13	2
Cits kļūdainais risinājums, t.sk., kļūdaini izskaitļota logaritma vērtība	1	12	10	7
Nesāk risināt			3	11

Piemēri no skolēnu darbiem:

Korekts risinājums, kurā skolēns izsaka kāpinātāju ar logaritmu pie bāzes 2. Lai iegūtu skaitlisko vērtību, izmanto logaritma bāzu maiņas formulu.

$$\begin{aligned}
 &1) 120000 : 10 = 12000 \text{ xodoli} \\
 &2) 12000 = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{-t}{20}\right)} \\
 &\quad 2^{\frac{-t}{20}} = \frac{12000}{120000} \\
 &\quad 2^{\frac{-t}{20}} = \frac{1}{10} \\
 &\quad \frac{-t}{20} = \log_2 0,1 \\
 &\quad \frac{-t}{20} = \frac{\log_{10} 0,1}{\log_{10} 2} \\
 &\quad \frac{-t}{20} = \frac{-1}{\log_{10} 2} \\
 &\quad \frac{-t}{20} = \frac{-1}{0,30103} \\
 &\quad -t = -20 \cdot \frac{1}{0,30103} = -66,44... \\
 &\quad t \approx 66 \text{ (min)}
 \end{aligned}$$

Daļai skolēnu grūtības sagādāja darbošanās ar logaritmiem. To varam skaidrot ar to, ka satura apgūvē ir samazināts apjoms, ko mācāties par logaritmiem, un daļai skolēnu šī ir jauna situācija, kuru gan palīdz risināt formulu lapa.

1) Sākotnējais uzdevu skaits ir 120000
 $N_0 = 120000$
 ↓ tas samazinās 10 reizes
 pēc $N = \frac{120000}{10} = 12000$

2) $N(t) = N_0 \cdot 2^{\left(\frac{t-t_0}{T_2}\right)}$
 $12000 = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{t}{20}\right)}$ ~~120000~~ : 120000
 $\frac{12000}{120000} = 2^{\left(\frac{t}{20}\right)}$
 $\frac{1}{10} = 2^{\left(\frac{t}{20}\right)}$
 $\log_2 \frac{1}{10} = \log_2 2^{\left(\frac{t}{20}\right)}$
 $\log_2 \frac{1}{10} = 0,1$
 $\log_2 \frac{1}{10} = 0,03$
 $\frac{1}{10} = \frac{1}{2^t}$
 $2^t = 10^{10}$
 $\frac{1}{10} = \frac{1}{2^t}$
 $\left(\frac{1}{10}\right)^{10} = 2^t$
 $\log_2 \frac{1}{10} = 0,1$
 $\log_2 \frac{1}{10} = 0,1$

Uzdevuma risināšanā varēja izmantot arī “Mini un pārbaudi” stratēģiju, mērķtiecīgi izvēloties vērtības, kuras tiek pārbaudītas, līdz nonāk pie risinājuma. Kā redzam tad, šādi spriežot, var iegūt aptuveno atbildi, kas ir ļoti “tuva” iegūtajai atbildei, vai tādu pašu atbildi, kā izmantojot vienādojuma risināšanu. Izmantojot šādu stratēģiju, jāatceras, ka skolēniem būtu jāpaskaidro, kāpēc nav iespējams iegūt vēl kādu citu atbildi, un šī ir pareiza.

$N(t) = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{t-100}{20}\right)} = 120000 \cdot 2^{-5} = 120000 \cdot 0,03125 = 3750$
 $N(t) = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{t-100}{20}\right)} = 120000 \cdot 2^{-3} = 120000 \cdot 0,125 = 15000$
 $N(t) = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{t-100}{20}\right)} = 120000 \cdot 2^{-3,25} = 120000 \cdot 0,066987 = 8038,44$
 $N(t) = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{t-100}{20}\right)} = 120000 \cdot 2^{-3,45} = 120000 \cdot 0,050075 = 6009,00$
 $N(t) = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{t-100}{20}\right)} = 120000 \cdot 2^{-3,5} = 120000 \cdot 0,047556 = 5706,72$
 $N(t) = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{t-100}{20}\right)} = 120000 \cdot 2^{-3,45} = 120000 \cdot 0,050075 = 6009,00$
 $N(t) = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{t-100}{20}\right)} = 120000 \cdot 2^{-3,35} = 120000 \cdot 0,055548 = 6665,76$
 Atb: Kodolu skaits samazināsies 10 reizes 67 minūtēs

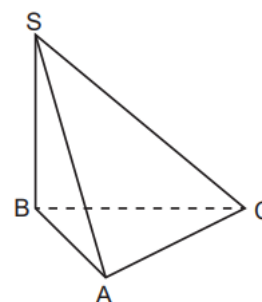
Šī skolēna darbā redzam novērtējumu palielinot t vērtības. Precizēšanai varētu tikt uzdots jautājums, bet varbūt 67 minūtē iegūtu vēl “tuvāku” atbildi jautātajam.

$N_0 = 120000$ $N_n = \text{nepieciešamais} = \frac{120000}{10} = 12000$
 $12000 = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{t}{20}\right)}$
 $12000 = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{t}{20}\right)}$
 $12000 = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{t}{20}\right)}$
 $t = 62 \text{ min, tad } N(62) = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{62}{20}\right)} = 13995$
 $t = 61 \text{ min, tad } N(61) = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{61}{20}\right)} = 14989$
 $t = 60 \text{ min, tad } N(60) = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{60}{20}\right)} = 15000$
 $t = 65 \text{ min, tad } N(65) = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{65}{20}\right)} = 126184$
 $t = 64 \text{ min, tad } N(64) = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{64}{20}\right)} = 13058$
 $t = 66 \text{ min, tad } N(66) = 120000 \cdot 2^{\left(\frac{66}{20}\right)} = 12184$
 A: Aptuveni 66 minūtes.

32. uzdevums.

32. uzdevums (4 punkti)

Piramīdas SABC pamats ir trijstūris ABC, kuram $\angle BAC = \angle BCA$, bet piramīdas šķautne SB ir arī tās augstums (15. att.). Pierādi, ka $\angle SAC = \angle SCA$.



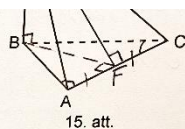
15. att.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Lai pierādītu leņķu vienādību, var pamatot figūras veidu, kurā tie atrodas, izmantot trijstūra vienādības pierādīšanu.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Lieto atbilstošus simbolus, pieņemtos apzīmējumus un jēdzienus figūru savstarpējā novietojuma raksturošanai, spriedumu un uzdevumu atrisinājuma pierakstīšanai. Lieto sakarību starp slīpni, slīpnes projekciju un perpendikulu. Lieto triju perpendikulu teorēmu. Spriedumu secīga veidošana un pierakstīšana.
Izziņas darbības līmenis	3.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Korekts pierādījums	13	11	4	0
Pierādījumā nelielas neprecizitātes, kas netraucē uztvert būtisko	4	5	8	0
Daži patiesi apgalvojumi, t.sk., ka $AB=BC$.	3	4	10	4
Cits kļūdainais risinājums		8	6	9
Nesāk risināt		2	2	7

Piemēri no skolēnu darbiem:

Veicot pierādījumu, skolēns veido papildkonstrukciju, novelkot augstumu BF, lai tālāk spriestu par trijstūru elementiem.



- 1) $\triangle ABC$ - vienādsānu, jo leņķi $\angle BAC = \angle BCA$ pie pamata AC .
- 2) BF - augstums un mediāna $\triangle ABC \Rightarrow AF = FC$
- 3) $SB \perp (ABC)$ un $BF \perp AC \Rightarrow SF \perp AC$ pēc TPT.
- 4) $SA = \sqrt{SF^2 + AF^2}$ $\triangle ASF$, $\angle F = 90^\circ$ un $\triangle SCF$, $\angle F = 90^\circ$
 $SC = \sqrt{SF^2 + FC^2}$, tad $SA = SC$, jo SF kopējais augstums un katete un $AF = FC$.
- 5) Ja $SA = SC \Rightarrow \triangle ASC$ - vienādsānu trijstūris, tad $\angle SAC = \angle SCA$

Spriedumu veidošanā varēja pamatot divu taisnleņķa trijstūru vienādību, no kuras varēja iegūt gala secinājumu.

- Pierādīsim, ka $\triangle SBC$ un $\triangle SBA$ ir vienādi:
- $\angle SBC = \angle SBA = 90^\circ$ (SB augstums)
 - $BC = BA$ ($\triangle ABC$ ir 2 vienādi leņķi $\Rightarrow \triangle ABC$ ir vienādsānu trijstūris)
 - SB - kopīga mala
- $\triangle SBC = \triangle SBA$ pēc mēm
- Ja $\triangle SBC = \triangle SBA$, tad $SC = SA$. Tas nozīmē, ka $\angle SAC = \angle SCA$, jo tie pieder pie vienādam malam, kas esot sapriekšot.

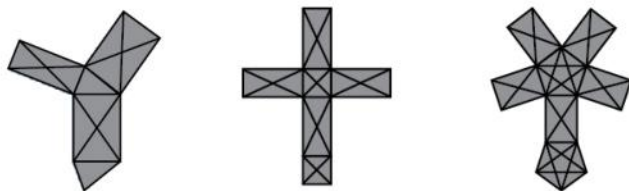
- 1) $\triangle BAC$ ir vienādsānu, jo 2 leņķi ir vienādi
- 2) $\triangle SAB$ un $\triangle SCB$
 $AB = BC$, jo pretējie leņķi ir vienādi
 SB - kopīga
 $\angle SBA = \angle SBC = 90^\circ$ - jo SB ir augstums
 Pēc trijstūra vienādības pazīmes mēm
 $\triangle SAB = \triangle SCB$
- 3) $\triangle SAC$ - vienādsānu trijstūris kur malas SA un SC ir vienādas, tad pretējie leņķi pie pamata malas AC ir vienādi.

Šādi rakstot, nav skaidrs, par kuriem leņķiem ir runa.

33. uzdevums.

33. uzdevums (4 punkti)

Zīmējumā attēloti trijstūra, četrstūra un piecstūra prizmu virsmu izklājumi, kuros novilkas visas skaldņu diagonāles. Visu skaldņu diagonāļu kopējais skaits trijstūra prizmai ir 6, četrstūra prizmai – 12, bet piecstūra prizmai – 20 (16. att.). Nosaki un pamato formulu n -stūra prizmas visu skaldņu diagonāļu skaita aprēķināšanai.



16. att.

Skolēnam jāsaprot/jāzina	Formulu var iegūt, izmantojot induktīvu spriešanu. Skaitļu virkni var pierakstīt rekurenti un ar vispārīgā locekļa formulu.
Prasmes, kuras ietekmē skolēna sniegumu	Saskata sakarību par diagonāļu skaitu daudzstūrī. Saskata sakarību, kāda veida daudzstūri veido izklājumu. Ievieš mainīgo un izveido formulu. Pamato formulas izveidošanu.
Izziņas darbības līmenis	4.līmenis

	Grupa A	Grupa B	Grupa C	Grupa D
Kopējais darbu skaits grupā	20	30	30	20
Korekts pamatojums	8	5	1	0
Formulu iegūst, neparādot, kā “tā rodas”, ievērojot ģeometrisku saturu	6	10	7	4
Veic tikai skaitliskas darbības par dotajiem izklājumiem	1		4	3
Izdara secinājumu tikai par diagonāļu skaitu sānu skaldnēs ($2n$)		5	5	2
Cits kļūdainais risinājums	4	7	11	7
Nesāk risināt	1	3	1	4

Piemēri no skolēnu darbiem:

Skolēni, kuriem ir korekti pamatojumi, visbiežāk gan uzraksta sakarību, gan pārbauda ar esošiem datiem, gan vēl uzraksta vārdisku pamatojumu.

Korekts skaidrojums.

trīstūra priema četstūrta priema piekstūra priema

n	3	n	4	n	5
d	6	d	12	d	20

n - priemas pamata daudztūrta šķiru skaits
d - sānslāņu diagonāļu skaits

formula: $2n + (n-3) \cdot n = 2n + n^2 - 3n$

↓

Uzdevā četrstūrī var norādīt 2 diagonāles,
četrstūru saturis priemas
virsma izklājumaam = pamata daudztūrta šķiru skaits (n)

↘ ~~pa~~ priemas abu
pamatu diagonāļu skaits,
jo iespējams saienot tikai
tos skurus, kuri nepieder viencai
malai.

Skolēns, veidojot formulu, izmantoja savas zināšanas kombinatorikā, rēķinot diagonāļu skaitu n -stūrim.

1) Δ - 2 trijstūrī (pamat) + 3 četrstūrī (sāni)
 $0 \cdot 2 = 0$ diag. $3 \cdot 2 = 6$ diag.

2) $\square$ - 2 ~~kvadrāti~~ (pamat) + 4 četrstūrī (sāni)
 $\frac{4-1}{2} \cdot 2 = 2 \cdot 2 = 4$ diag. $4 \cdot 2 = 8$ diag.

3) $\diamond$ - 2 piecstūrī (pamat) + 5 četrstūrī (sāni)
 $\frac{5-2}{2} \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6$ diag. $5 \cdot 2 = 10$ diag.

4) $\triangleleft$ - 2 sešstūrī (pamat) + 6 četrstūrī (sāni)
 $\frac{6-2}{2} \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$ diag. $6 \cdot 2 = 12$ diag.

5) ∇ - 2 septiņstūrī (pamat) + 7 četrstūrī (sāni)
 $\frac{7-2}{2} \cdot 2 = 5 \cdot 2 = 10$ diag. $7 \cdot 2 = 14$ diag.

6) ∇ - 2 astoņstūrī (pamat) + 8 četrstūrī (sāni)
 $\frac{8-2}{2} \cdot 2 = 6 \cdot 2 = 12$ diag. $8 \cdot 2 = 16$ diag.

7) ∇ - 2 deviņstūrī (pamat) + 9 četrstūrī (sāni)
 $\frac{9-2}{2} \cdot 2 = 7 \cdot 2 = 14$ diag. $9 \cdot 2 = 18$ diag.

8) ∇ - 2 desmitstūrī (pamat) + 10 četrstūrī (sāni)
 $\frac{10-2}{2} \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16$ diag. $10 \cdot 2 = 20$ diag.

9) ∇ - 2 vienpadsmitstūrī (pamat) + 11 četrstūrī (sāni)
 $\frac{11-2}{2} \cdot 2 = 9 \cdot 2 = 18$ diag. $11 \cdot 2 = 22$ diag.

10) ∇ - 2 divpadsmitstūrī (pamat) + 12 četrstūrī (sāni)
 $\frac{12-2}{2} \cdot 2 = 10 \cdot 2 = 20$ diag. $12 \cdot 2 = 24$ diag.

11) ∇ - 2 trīspadsmitstūrī (pamat) + 13 četrstūrī (sāni)
 $\frac{13-2}{2} \cdot 2 = 11 \cdot 2 = 22$ diag. $13 \cdot 2 = 26$ diag.

12) ∇ - 2 četrpadsmitstūrī (pamat) + 14 četrstūrī (sāni)
 $\frac{14-2}{2} \cdot 2 = 12 \cdot 2 = 24$ diag. $14 \cdot 2 = 28$ diag.

13) ∇ - 2 piecpadsmitstūrī (pamat) + 15 četrstūrī (sāni)
 $\frac{15-2}{2} \cdot 2 = 13 \cdot 2 = 26$ diag. $15 \cdot 2 = 30$ diag.

14) ∇ - 2 sešpadsmitstūrī (pamat) + 16 četrstūrī (sāni)
 $\frac{16-2}{2} \cdot 2 = 14 \cdot 2 = 28$ diag. $16 \cdot 2 = 32$ diag.

15) ∇ - 2 septiņpadsmitstūrī (pamat) + 17 četrstūrī (sāni)
 $\frac{17-2}{2} \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30$ diag. $17 \cdot 2 = 34$ diag.

16) ∇ - 2 astoņpadsmitstūrī (pamat) + 18 četrstūrī (sāni)
 $\frac{18-2}{2} \cdot 2 = 16 \cdot 2 = 32$ diag. $18 \cdot 2 = 36$ diag.

17) ∇ - 2 deviņpadsmitstūrī (pamat) + 19 četrstūrī (sāni)
 $\frac{19-2}{2} \cdot 2 = 17 \cdot 2 = 34$ diag. $19 \cdot 2 = 38$ diag.

18) ∇ - 2 desmitpadsmitstūrī (pamat) + 20 četrstūrī (sāni)
 $\frac{20-2}{2} \cdot 2 = 18 \cdot 2 = 36$ diag. $20 \cdot 2 = 40$ diag.

19) ∇ - 2 vienpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 21 četrstūrī (sāni)
 $\frac{21-2}{2} \cdot 2 = 19 \cdot 2 = 38$ diag. $21 \cdot 2 = 42$ diag.

20) ∇ - 2 divpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 22 četrstūrī (sāni)
 $\frac{22-2}{2} \cdot 2 = 20 \cdot 2 = 40$ diag. $22 \cdot 2 = 44$ diag.

21) ∇ - 2 trīspadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 23 četrstūrī (sāni)
 $\frac{23-2}{2} \cdot 2 = 21 \cdot 2 = 42$ diag. $23 \cdot 2 = 46$ diag.

22) ∇ - 2 četrpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 24 četrstūrī (sāni)
 $\frac{24-2}{2} \cdot 2 = 22 \cdot 2 = 44$ diag. $24 \cdot 2 = 48$ diag.

23) ∇ - 2 piecpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 25 četrstūrī (sāni)
 $\frac{25-2}{2} \cdot 2 = 23 \cdot 2 = 46$ diag. $25 \cdot 2 = 50$ diag.

24) ∇ - 2 sešpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 26 četrstūrī (sāni)
 $\frac{26-2}{2} \cdot 2 = 24 \cdot 2 = 48$ diag. $26 \cdot 2 = 52$ diag.

25) ∇ - 2 septiņpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 27 četrstūrī (sāni)
 $\frac{27-2}{2} \cdot 2 = 25 \cdot 2 = 50$ diag. $27 \cdot 2 = 54$ diag.

26) ∇ - 2 astoņpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 28 četrstūrī (sāni)
 $\frac{28-2}{2} \cdot 2 = 26 \cdot 2 = 52$ diag. $28 \cdot 2 = 56$ diag.

27) ∇ - 2 deviņpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 29 četrstūrī (sāni)
 $\frac{29-2}{2} \cdot 2 = 27 \cdot 2 = 54$ diag. $29 \cdot 2 = 58$ diag.

28) ∇ - 2 desmitpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 30 četrstūrī (sāni)
 $\frac{30-2}{2} \cdot 2 = 28 \cdot 2 = 56$ diag. $30 \cdot 2 = 60$ diag.

29) ∇ - 2 vienpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 31 četrstūrī (sāni)
 $\frac{31-2}{2} \cdot 2 = 29 \cdot 2 = 58$ diag. $31 \cdot 2 = 62$ diag.

30) ∇ - 2 divpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 32 četrstūrī (sāni)
 $\frac{32-2}{2} \cdot 2 = 30 \cdot 2 = 60$ diag. $32 \cdot 2 = 64$ diag.

31) ∇ - 2 trīspadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 33 četrstūrī (sāni)
 $\frac{33-2}{2} \cdot 2 = 31 \cdot 2 = 62$ diag. $33 \cdot 2 = 66$ diag.

32) ∇ - 2 četrpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 34 četrstūrī (sāni)
 $\frac{34-2}{2} \cdot 2 = 32 \cdot 2 = 64$ diag. $34 \cdot 2 = 68$ diag.

33) ∇ - 2 piecpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 35 četrstūrī (sāni)
 $\frac{35-2}{2} \cdot 2 = 33 \cdot 2 = 66$ diag. $35 \cdot 2 = 70$ diag.

34) ∇ - 2 sešpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 36 četrstūrī (sāni)
 $\frac{36-2}{2} \cdot 2 = 34 \cdot 2 = 68$ diag. $36 \cdot 2 = 72$ diag.

35) ∇ - 2 septiņpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 37 četrstūrī (sāni)
 $\frac{37-2}{2} \cdot 2 = 35 \cdot 2 = 70$ diag. $37 \cdot 2 = 74$ diag.

36) ∇ - 2 astoņpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 38 četrstūrī (sāni)
 $\frac{38-2}{2} \cdot 2 = 36 \cdot 2 = 72$ diag. $38 \cdot 2 = 76$ diag.

37) ∇ - 2 deviņpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 39 četrstūrī (sāni)
 $\frac{39-2}{2} \cdot 2 = 37 \cdot 2 = 74$ diag. $39 \cdot 2 = 78$ diag.

38) ∇ - 2 desmitpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 40 četrstūrī (sāni)
 $\frac{40-2}{2} \cdot 2 = 38 \cdot 2 = 76$ diag. $40 \cdot 2 = 80$ diag.

39) ∇ - 2 vienpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 41 četrstūrī (sāni)
 $\frac{41-2}{2} \cdot 2 = 39 \cdot 2 = 78$ diag. $41 \cdot 2 = 82$ diag.

40) ∇ - 2 divpadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 42 četrstūrī (sāni)
 $\frac{42-2}{2} \cdot 2 = 40 \cdot 2 = 80$ diag. $42 \cdot 2 = 84$ diag.

41) ∇ - 2 trīspadsmitpadsmitstūrī (pamat) + 43 četrstūrī (sāni)
 $\frac{43-2}{2} \cdot 2 = 41 \cdot 2 = 82$ diag. $43 \cdot 2 = 86$ diag.

42) ∇ -

Skolēnu tipiski risinājumi: formulu iegūst, neparādot, kā “tā rodas”, ievērojot ģeometrisku saturu.

Skolēns pamana sakarību starp virsotņu skaitu pamata daudzstūrī un kopējo diagonāļu skaitu, kas tiek pārbaudīta konkrētos piemēros. No skolēna risinājuma nav skaidrs, kāpēc var šādi reizināt virsotņu skaitu. Šādi risinot, skolēni nesaņēma punktus par formulas pamatošanu. Tas izskaidro to, ka vērtējumā 1 punktu saņēma 20% skolēnu, 2 punktus 17% skolēnu, bet 3 punktus vairs tikai 2 % no skolēniem, un korekti uzdevumu veica un saņēma 4 punktus tikai 3% no visiem eksāmena kārtotājiem.

1) Trijstūra prizma: skaldnes = ~~4~~⁵ skaldņu diagonāles = 6,
stūri pamatām = 3

2) Četrstūra prizma: skaldnes = 6, skaldņu diagonāles = 12,
stūri pamatām = 4

3) Piecstūra prizma: skaldnes = 7, skaldņu diagonāles = 20,
stūri pamatām = 5

Analizēsim nu dātām, ko sniedz trijstūra, četrstūra
un piecstūra prizmi, var pamācīt, ko skaldņu diagonāļu
daudzums atbilst:

$$(stūru skaits pamatām - 1)(stūru skaits pamatām)$$

Tā kā stūru skaits pamatām iradenu nosacījums
apzīmē ar n , tad formulu var uzrakstīt arī šādi:

$$n(n-1)$$

Pārbaude, izmantojot datus par prizmām:

1) Trijstūra prizma, $n=3$: $3(3-1) = 3 \cdot 2 = 6$ diagonāles skaldnēs

2) Četrstūra prizma, $n=4$: $4(4-1) = 4 \cdot 3 = 12$ diagonāļu skaldnēs

3) Piecstūra prizma, $n=5$: $5(5-1) = 5 \cdot 4 = 20$ diagonāļu skaldnēs

Atbilde: skaldņu diagonāļu skaitu n -stūra prizmas var
aprēķināt pēc formulas $n(n-1)$.

3-stūra 4-stūra 5-stūra

$(3 \cdot 3) - 3 = 6$ $(4 \cdot 4) - 4 = 12$ $(5 \cdot 5) - 5 = 20$

diagonāļu diagonāļu diagonāļu

Lai apņemamē cik ir diagonāļu,
vispirms mums jāņem vērā vai kāpinā
2 kāpā mēlus skaitu, pēc tam
1 kāpā atņemot mēlus skaitu.

Formula: $n^2 - n$ vai $(n \cdot n) - n$,
kur n - mēlas skaits.

Ir risinājumi, kuros skolēni uzraksta formulu un pārbauda ar skaitļiem, kuri iegūti no izklājiem.

Diagonāļu skaitu var aprēķināt ar formulu

$$d_n = n^2 - n, jo$$

$d_3 = 3^2 - 3 = 9 - 3 = 6$

$d_4 = 4^2 - 4 = 16 - 4 = 12$, kas atbilst ar vadītājiem
minētajām diagonāļu
 $d_5 = 5^2 - 5 = 25 - 5 = 20$ trauciem.

Var darīt diagonāļu skaitu

Atbilde: Diagonāļu skaitu var aprēķināt pēc
formulas $d_n = n^2 - n$

$3 \text{ stūra} = 6$
 $4 \text{ stūra} = 12$
 $5 \text{ stūra} = 20$

$K = n\text{-stūra priekš visu skaldņu diagonāļu skaits}$
 $K = n^2 - n$
 ~~$n = \text{skaldņu}$~~

Pārbaude:
 $3 \text{ stūra} = 3^2 - 3 = 6$
 $4 \text{ stūra} = 4^2 - 4 = 12$
 $5 \text{ stūra} = 5^2 - 5 = 20$

Piemērs, kad skolēns spriež tikai vispārīgi par diagonāļu skaitu sānu skaldnēs, bet formulu neiegūst.

$n\text{-stūra prizma} = \text{sānu skaldņu diagonāļu skaits} + \text{priekš diagonāļu skaits}$
 $(\text{sānu skaldņu daudzums} \cdot 2) + \text{priekš diagonāļu skaits}$

Ex:
 $6\text{-stūra prizma} = 6 \cdot 2 + 2 \cdot 6 = 24$
 $7\text{-stūra prizma} = 7 \cdot 2 + 2 \cdot 7 = 28$

$n\text{-stūra prizmas sānu skaldņu diagonāļu skaits} = \text{sānu skaldņu daudzums} \cdot 2 + \text{priekš diagonāļu skaits}$
 $\cdot n$

Secinājumi un ieteikumi

1. Analizējot skolēnu datus, izmantojot eksāmenā izveidotās sasniedzamo rezultātu veidus, varam vērot, ka zemu sniegumu skolēni uzrāda, risinot kompleksos uzdevumus jeb eksāmena otrās daļas uzdevumus un matemātiskās valodas un risinājuma organizācijas grupā. Skolēni aplami lieto tāds matemātiskus simbolus kā “=”, intervālu pieraksts, to galapunkti. Tas liecina, ka daudz lielāka uzmanība mācību procesā ir jāpievērš tam, kā skolēni savu domu pieraksta un vai viņi saprot, kas tiek pierakstīts. Ieteikums ir pārrunāt ar skolēniem, kā skolēns pārliecinās, ka risinājums pierakstīts korekti.
2. Skolēniem prasme skaidrot bija nepieciešama tikai divos uzdevumos, tas nozīmē, ka arī eksāmena darbā ir iespēja palielināt tādu uzdevumu skaitu, kuros skolēniem ir jādemonstrē izpratne.
3. Izvērtējot vienas prasmes lietojumu dažādos uzdevumos, var secināt, ka skolēni pietiekami labi rīkojas pamatsituācijās, bet uzdevumos, kuros jādemonstrē gan algoritmu lietojums, gan sapratne par tiem, sniegums ir krietni zemāks. Piemēram, 1.2. un 8. uzdevumā, kuros skolēni strādā ar pamatnevienādībām, vidējais sniegums ir 51% un 52%, savukārt, daļveida nevienādības atrisināšanā vidējais sniegums ir tikai 23%.

Grūtības skolēniem sagādā vienādojumu risināšanas metodes un veidi, kas iekļauti tikai vidusskolas kursā, piemēram, substitūcijas metodes saskatīšana un daļveida vienādojuma risināšana.

Līdzvērtīgu sniegumu skolēni demonstrē izteiksmju pārveidojumos, kas saistīti ar daļām – daļu saskaitīšana – vidējais sniegums 38% un trigonometriskas daļas pārveidošana – 41%. Par iemeslu tam var būt tas, ka skolēni apgūst algoritmus bez izpratnes un neprot veidot prasmju pārnese no vienas matemātikas moduļa uz kādu citu. Lielāka uzmanība būtu jāvelta tam, kāda ir skolēnu iepriekšējā pieredze, un, to izmantojot, ne tikai jāvingrinās dažādu algoritmu lietošanā, bet jāvelta laiks tam, ka skolēni skaidro to, ko un kāpēc viņi dara.

4. Mācību procesā īpaša uzmanība ir jāvelta tam, kā skolēni veido savu risinājumu pierakstu, saprotot, kad ir un kad nav jāapraksta, ko viņi ir darījuši. Analizējot skolēnu pierakstu uzdevumos, kuros bija simboli par valodas lietojumu un risinājuma organizēšanu, bija vērojama tendence, ka skolēni savus veiktos algoritmus vēl aprakstīja vārdiski. Tas nozīmē, ka pagaidām nav vienotas izpratnes

par to, kas ir darbību skaidrojums un kad to ir nepieciešams rakstīt, ko nozīmē risinājuma organizēšana vai matemātiskās valodas lietojums.

5. Analizējot uzdevumus, kuros skolēni varēja izmantot informāciju no grafika, bieži vien viņi to nedarīja, piemēram, nenolasīja funkcijas vērtību no grafika, bet to rēķināja. Funkciju biežāk izmantotās īpašības veiksmīgi nolasīja no grafika, piemēram, funkcijas augšana u.c., bet grūtības sagādāja vērtību apgabala noteikšana, funkcijas perioda noteikšana, kur bija daudz neprecizitāšu arī atbilžu pierakstīšanā. Tas nozīmē, ka, strādājot ar informāciju, kas dota, izmantojot grafiku, diagrammas, īpaša uzmanība pievēršama jēdziena/īpašības būtībai un tam, kā to var saskatīt grafikā, un tad, kā to korekti pierakstīt.
6. Analizējot skolēnu sniegumu dažādos satura moduļos, varam secināt, ka skolēni veiksmīgāk ir darbojušies ģeometrijas moduļos, bet mazāk veiksmīgi algebras un trigonometrijas daļās. Nav vērojams, ka kāds no satura moduļiem tiktu apgūts īpaši labāk vai sliktāk.
7. Apzināti ir jāturpina ikdienas mācību procesā strādāt ar uzdevumiem, kas prasa dziļāku izziņas darbību, panākot, ka skolēni ne tikai iesāk uzdevumu risināt, bet arī to pabeidz. Rezultāti rāda, ka atkarībā no uzdevumiem 14 – 25% skolēnu šādos uzdevumos saņem vienu punktu, bet pilnībā uzdevumu veic tikai 3 – 16% skolēnu. Būtiski ir tas, ka otro punktu uzdevumā bieži saņem krietni mazāks skolēnu skaits.
8. Ja analizējam darbu kopumā, kuri uzdevumi bija grūti, tad redzam, ka tie ir kompleksie uzdevumi. Tomēr arī daudzi 1.daļas uzdevumi izrādījās skolēniem pārāk sarežģīti. Daļa no uzdevumiem prasīja teksta izpratni, piemēram, 1.3. uzdevumā bija jānosaka funkcijas vērtība, kura nevar būt (bieži šādu uzdevumu formulējam citādi), 17.1. uzdevumā bija jāzīmē aksiālšķēlums un jāiezīmē leņķis – skolēni neizpildīja abus šos nosacījumus, jau minētais 20.1.uzdevms par vērtības kopas noteikšanu. Cita grupa uzdevumu ir saistīta ar jauno saturu vai uzdevumiem, kas nav bijuši tradicionāli iepriekšējo gadu eksāmenos, piemēram, 14.2. jāuzraksta taisnes vienādojums, 27.5. jānosaka starpkvartiļu amplitūda, 18. jāiezīmē vienības riņķī leņķa lielums. Tie ir bijuši uzdevumi, kuros rūpīgi jālasa teksts, ir jābūt zināšanām un izpratnei par jēdzienu lietojumu vai to izmantošanu.
9. Skolēnu rezultātu analīze rāda, ka kopumā eksāmens kā mērinstruments uzskatāms par ticamu un drošu, taču ir konstatētas problēmas atsevišķos uzdevumos. Lai precizētu šādu rezultātu iemeslus, nepieciešama tālāka šādu uzdevumu kvalitatīva izpēte: 1.3.;1.9.; 24.2.; 24.3.; 25.2. Analizējot skolēnu sniegumu, iemesli tam

varētu būt dažādi. Piemēram, 24.3. uzdevumā skolēni izvēlējās ļoti dažādas atbildes, un tāpēc varam prognozēt, ka tās tika minētas.

10. Raša modeļa Raita kartē redzams ļoti nevienmērīgs uzdevumu izkārtojums. Pirmkārt, trūkst augsta izzīņas darbības līmeņa uzdevumu, lai katrs skolēns varētu parādīt savu labāko sniegumu. Otrkārt, ir daudz uzdevumu ar ļoti līdzīgu grūtības pakāpi. Šo uzdevumu skaits varētu tikt samazināts.